

Sand Stat, 1.aflevering

ldg790 - Christian B. Gustafson

September 2020

Opgave 1.10

*** $A \cap B$**

Jf sætning 1.3.11 kan vi udlede følgende:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.6 + 0.2 - 0.9 = 0.2$$

*** $E \setminus A$**

Vi ser først på udfaldsrummet

$$E = A \cup B$$

$P(E \setminus A)$ er komplementærhændelsen og jf sætning 1.3.9 så ved vi at:

$$P(E \setminus A) = 1 - P(A) \Rightarrow 1 - 0.6 = 0.4$$

*** $E \setminus B$**

Vi benytter igen sætning 1.3.9

$$P(E \setminus B) = 1 - P(B) \Rightarrow 1 - 0.2 = 0.8$$

*** $(E \setminus A) \cap (E \setminus B)$**

Vi skal visse fællesmængden mellem de to komplementæremængder, det gør vi ved følgende:

$$(E \setminus A) \cap (E \setminus B) = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow 1 - 0.2 = 0.8$$

$$*(\mathbf{E} \setminus \mathbf{A}) \cup (\mathbf{E} \setminus \mathbf{B})$$

Nu skal vi vise foreningsmængden mellem de to komplementæremængder.

$$(E \setminus A) \cup (E \setminus B) = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow 1 - 0.9 = 0.1$$

Opgave 1.31

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(C) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

For at vise følgende hændelser er uafhængige benytter vi definition 1.5.1

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Uafhængig}$$

$$P(A \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Uafhængig}$$

$$P(B \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Uafhængig}$$

Dog kan vi se at de tre hændelser ikke er uafhængig fordi:

$$P(A \cap B \cap C) = 0 \neq P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{Ikke uafhængig}$$

A.1

Vi starter med at finde udfaldsrummet som er følgende:

$$E = \{A_1, A_2, A_3\}$$

Vi specificere sandsynlighedsfunktionen $p(x_i)$ hvor $x_i = A_i$ for $i = 1, 2, 3$ Ved antagelse 1 har vi at $p(x_i) = \frac{1}{3}$, hvilket skyldes betingelsen $\sum_{i=1}^3 x_i = 1$ som skal være opfyldt. jf 1.2.4 Antagelse 2 fortæller os, ud fra samme betragtning som ovenover, at $P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{4}$ og $P(A_3) = \frac{1}{2}$ Antagelse 3 viser at:

$$P(A_1) + \frac{1}{2}P(A_1) + \frac{1}{3}P(A_1) = 1$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{11}{6}P(A_1) = 1 \Rightarrow P(A_1) = \frac{6}{11}$$

Dette følger at vi nu kan finde $P(A_2)$ og $P(A_3)$:

$$P(A_2) = \frac{P(A)}{2} \Rightarrow \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{11}$$

Nu kan vi så også finde $P(A_3)$ med samme strategi:

$$P(A_3) = \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{11}$$

1 A.2

1

Sætning 1.3.11 fortæller os følgende:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$0.6 = 0.4 + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = -0.2 + P(B)$$

Vi ved at det eneste tidspunkt hvor $P(A \cap B) = 0$ er når fællesmængden er tom, dvs. $A \cap B = \emptyset$. Det betyder altså, at hvis hændelsen A har fundet sted, så kan vi ikke være sikker på at hændelse B kke også har fundet/finder sted. Altså, dette er kun opfyldt for $P(B) = 0.2$

2

For at se hvilken værdi for $P(B)$ der opfylder at $P(A)$ og $P(B)$ er uafhængige benytter vi sætning 1.5.1: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$ Det kan vi omskrive til:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Benytter 1.3.11

$$P(A) + P(B) - P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$0.4 + P(B) - 0.6 = 0.4 \cdot P(B)$$

$$P(B) - 0.2 = 0.4 \cdot P(B)$$

$$-0.2 = -0.6P(B)$$

$$P(B) = \frac{1}{3}$$

Hvilket er værdien for $P(B)$ der opfylder at $P(A)$ og $P(B)$ er uafhængige.