

9. Holdundervisning

20.1(III), 20.2(III) & 19.3(III)

Diverse emner indenfor pengepolitik

20.1(III) Exc. 1

$$\pi_t = \pi_t^e + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t \quad (\text{AS})$$

$$y_t - \bar{y} = z_t - a(\pi_t - \pi^*) \quad (\text{AD})$$

Vis at output og inflation givet ved parametrene, $\bar{y}$, π^* og shocks er

$$y_t = \bar{y} + \frac{z_t - as_t}{1 + a\gamma} - \frac{a}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*)$$
$$\pi_t = \pi^* + \frac{\gamma z_t + s_t}{1 + a\gamma} + \frac{1}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*)$$

Hint: Træk π^* fra på begge sider i (AS)

20.1(III) Exc. 1 (Fortsat)

Betragt AS-kurven og træk π^* fra på begge sider:

$$\pi_t - \pi^* = \pi_t^e - \pi^* + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t$$

Indsæt i AD-kurven og isoler $y_t - \bar{y}$:

$$y_t - \bar{y} = z_t - a \underbrace{(\pi_t^e - \pi^* + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t)}_{=\pi_t - \pi^*}$$

$$\Leftrightarrow (y_t - \bar{y})(1 + a\gamma) = z_t - a(\pi_t^e - \pi^* + s_t)$$

$$\Leftrightarrow (y_t - \bar{y})(1 + a\gamma) = z_t - as_t - a(\pi_t^e - \pi^*)$$

$$\Leftrightarrow y_t = \bar{y} + \frac{z_t - as_t}{1 + a\gamma} - \frac{a}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*)$$

20.1(III) Exc. 1 (Fortsat)

Vi kan nu finde π_t ved at indsætte vores løsning for y_t i vores AS-kurve og reducere:

$$\pi_t - \pi^* = \pi_t^e - \pi^* + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t$$

$$\Leftrightarrow \pi_t - \pi^* = \pi_t^e - \pi^* + \gamma\left(\bar{y} + \frac{z_t - as_t}{1 + a\gamma} - \frac{a}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*) - \bar{y}\right) + s_t$$

$$\Leftrightarrow \pi_t - \pi^* = (\pi_t^e - \pi^*)\left(1 - \frac{a\gamma}{1 + a\gamma}\right) + z_t \frac{\gamma}{1 + a\gamma} + s_t\left(1 - \frac{a\gamma}{1 + a\gamma}\right)$$

Vi benytter her, at $1 - \frac{a\gamma}{1+a\gamma} = \frac{1+a\gamma}{1+a\gamma} - \frac{a\gamma}{1+a\gamma} = \frac{1}{1+a\gamma}$

$$\pi_t = \pi^* + \frac{\gamma z_t - as_t}{1 + a\gamma} + \frac{1}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*)$$

20.1(III) Exc. 2

Økonomien var i forrige periode i langsigtslige vægten. Bestem nu værdierne for y_t og π_t .

$$y_t = \bar{y} + \frac{z_t - as_t}{1 + a\gamma} - \frac{a}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*)$$

$$\pi_t = \pi^* + \frac{\gamma z_t + s_t}{1 + a\gamma} + \frac{1}{1 + a\gamma}(\pi_t^e - \pi^*)$$

20.1(III) Exc. 2 (Fortsat)

Fordi vi er i ligevægten betyder det $\pi_t^e = \pi_{t-1} = \pi^*$. Hvorfor resultaterne bliver

$$y_t = \bar{y} + \frac{z_t - as_t}{1 + a\gamma} - \frac{a}{1 + a\gamma}(\pi^* - \pi^*) = \bar{y} + \frac{z_t - as_t}{1 + a\gamma}$$

$$\pi_t = \pi^* + \frac{\gamma z_t + s_t}{1 + a\gamma} + \frac{1}{1 + a\gamma}(\pi^* - \pi^*) = \pi^* + \frac{\gamma z_t + s_t}{1 + a\gamma}$$

20.1(III) Exc. 3

Det huskes nu, at a og z_t er givet ved følgende parametre og choks

$$a \equiv \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b}, \quad z_t \equiv \frac{\nu_t - \alpha_2 \hat{\rho}_t}{1 + \alpha_2 b}$$

Indsæt dette i, hvor $\hat{y}_t \equiv y_t - \bar{y}$ og $\hat{\pi}_t \equiv \pi_t - \pi^*$

$$\hat{y}_t = \frac{z_t - a s_t}{1 + a \gamma}$$
$$\hat{\pi}_t = \frac{\gamma z_t + s_t}{1 + a \gamma}$$

Vis herefter hvad der sker i tilfælde af et efterspørgselschok ($\nu_t \neq 0, \hat{\rho}_t = s_t = 0$) og udbudschok ($\nu_t = \hat{\rho}_t = 0, s_t \neq 0$). Diskuter mulighederne for stabilisering ved at ændre på politikparametre.

20.1(III) Exc. 3 (Fortsat)

I det generelle tilfælde

$$\hat{y}_t = \frac{\frac{\nu_t - \alpha_2 \hat{\rho}_t}{1 + \alpha_2 b} - \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b} s_t}{1 + \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b} \gamma} = \frac{\nu_t - \alpha_2 \hat{\rho}_t - \alpha_2 h s_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}$$
$$\hat{\pi}_t = \frac{\gamma \frac{\nu_t - \alpha_2 \hat{\rho}_t}{1 + \alpha_2 b} + s_t}{1 + \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b} \gamma} = \frac{\gamma(\nu_t - \alpha_2 \hat{\rho}_t) + (1 + \alpha_2 b) s_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}$$

Ved efterspørgselschok

$$\hat{y}_t = \frac{\nu_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma} \quad \hat{\pi}_t = \frac{\gamma \nu_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}$$

Man kan stabilisere udsving i output og inflation ved at vælge høje værdier for b og h . Dette mindsker afvigelserne fra de ønskede værdier. b stabiliserer direkte, imens h stabiliserer indirekte.

Intuitionen er, at centralbanken vil reagere meget kraftigt på afvigelser og bringe økonomien tilbage til naturlige niveauer. Man kan opnå samme stabilisering ved både h og b .

20.1(III) Exc. 3 (Fortsat)

Ved udbudschok

$$\hat{y}_t = \frac{-\alpha_2 h s_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}$$
$$\hat{\pi}_t = \frac{\gamma(1 + \alpha_2 b) s_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}$$

Der forkommer nu et tradeoff i stabiliseringen, da man ikke kan stabilisere output og inflation på samme tid. Det skyldes de bevæger sig i forskellige retninger. Hvis $b = 0$ kan man ved at vælge h korrekt opnå samme stabilisering, som ved $b > 0$, det gælder dog ikke den anden vej rundt. Forholdet mellem de to gaps er givet ved

$$\frac{\hat{y}_t}{\hat{\pi}_t} = \frac{\frac{-\alpha_2 h s_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}}{\frac{\gamma(1 + \alpha_2 b) s_t}{1 + \alpha_2 b + \alpha_2 h \gamma}} = \frac{-\alpha_2 h s_t}{\gamma(1 + \alpha_2 b) s_t} = \frac{-\alpha_2 h}{\gamma(1 + \alpha_2 b)} = -a$$

Hvilket betyder parameterne h og b bestemmer hvilket gap stabiliseres mest.

20.2(III) Exc. 1

Vi skal nu kigge nærmere på optimal pengepolitik. CB har til formål at holde inflationen på et fast niveau, π^* , og forsøger derfor at minimere nedenstående loss-function:

$$SL_{t+\tau}^e \equiv \frac{1}{2} \left(E_t(\pi_{t+\tau}) - \pi^* \right)^2$$

Centralbanken påvirker den reale rente, r gennem sine reale pengepolitik, r_t^p . Realrenten er defineret som følger: $r_t = r_t^p + \hat{p}_t$, hvor $r_t^p \equiv i_t^p - \pi_{t+1}^e$. Vi antager statiske inflationsforventninger, hvilket ses i vores IS og AS-kurve:

$$y_{t+1} - \bar{y} = \nu_{t+1} - \alpha_2(r_t - \bar{r}) \quad (\text{IS})$$

$$\pi_{t+1} = \pi_t + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_{t+1} \quad (\text{AS})$$

20.2(III) Exc. 1

Vis at hvis CB i en given periode vælger sin politikrente (r_t^P eller i_t^P) med formålet at minimere tabsfunktionen, $SL_{t+\tau}^e$, vil de sætte den nominelle policy-rente, i_t^P , på baggrund af nedenstående version af Taylor-reglen:

$$i_t^P = \bar{r} + \pi_t + h(\pi_t - \pi^*) + b(y_t - \bar{y}), \quad , \quad h \equiv \frac{1}{\alpha_2 \gamma}, \quad b \equiv \frac{1}{\alpha_2}$$

Hvordan løser man det?

1. Bestem værdien af τ . Hint: Hvad påvirker r_t^P (Tænk på IS)? Hvilken periode påvirker det i AS?
2. Find udtrykket for forventningsoperatoren $E_t(\pi_{t+\tau})$ og få det udtrykt ved variable i periode t .
3. Indsæt udtrykket for $E_t(\pi_{t+\tau})$ i $SL_{t+\tau}^e$ og løs FOB for i_t^P

Forklar Taylor-reglen intuitivt - hvorfor bør CB reagere på output-gappet selvom det ikke er inkluderet i tabsfunktionen?

20.2(III) Exc. 2

Det er normalt realistisk at antage at en ændring i renten påvirker aggregeret efterspørgsel med et lag. Ydermere har man fundet ud af at ændringer i indkomsten også påvirker aggregeret efterspørgsel med et lag. Vi får derfor en ny IS-kurve:

$$y_{t+1} - \bar{y} = \nu_{t+1} + \alpha_1(y_t - \bar{y}) - \alpha_2(r_t - \bar{r})$$

Vis at den optimale rente nu er givet ved følgende Taylor-regel:

$$i_t^P = \bar{r} + \pi_t + h(\pi - \pi^*) + b(y_t - \bar{y}) , \quad h \equiv \frac{1}{\alpha_2 \gamma}, \quad b \equiv \frac{1 + \alpha_1}{\alpha_2}$$

Brug samme fremgangsmåde som i forrige opgave.

Hvad er forskellen mellem de to Taylor-regler vi har udledt?

20.2(III) Exc. 2

Hvordan minder de to regler om hinanden:

- ▶ Vi bemærker at CB skal reagere på samme måde mht. inflation, π_t , i begge regler
- ▶ I vores anden udledning af Taylor-reglen, bemærker vi at vægten, b , der angiver fokus på output stabilisering er større end ved første udledning. Dette skyldes, at fremtidig forbrug er påvirket af nuværende forbrug gennem forbrugskanalen

Hvorfor bør CB reagere på ændringer i output, nu hvor det ikke indgår i loss-funktionen?

- ▶ Højere forbrug i dag er en indikator for højere inflation i morgen - dette ser vi tydeligt gennem AS-kurven
- ▶ I denne model ser vi ikke kun, at højere aktivitet fører til højere fremtidig inflation, men samtidig et højere aktivitetsniveau, hvilket endnu engang gør forventet inflation højere - dette forklarer hvorfor centralbanken skal reagere mere aggresivt ved ændringer.

20.2(III) Exc. 3

Vi har indtilvidere antaget at agenterne i økonomien har statiske forventninger. Vi skal nu antage at agenterne i økonomien har fuld troværdighed til centralbanken, hvilket betyder at den forventede inflation svarer til inflationsmålsætningen, $\pi_t^e = \pi^*$.

Vi beholder vores gamle IS-kurve, men AS-kurven ændres:

$$y_{t+1} - \bar{y} = \nu_{t+1} + \alpha_1(y_t - \bar{y}) - \alpha_2(r_t - \bar{r}) \quad (\text{IS})$$

$$\pi_{t+1} = \pi^* + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_{t+1} \quad (\text{AS})$$

Vis at den nye optimale regel kan skrives som:

$$i_t^p = \bar{r} + \pi^* + b(y_t - \bar{y}), \text{ Hvor } b \equiv \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

Forklar hvordan det kan være, at nutidig inflationsgap ikke indgår i udtrykket og kommenter på, hvorfor renten bør påvirkes af af nutidig output-gap. Giv en økonomisk fortolkning af b .

20.2(III) Exc. 3

- ▶ Når der er fuld troværdighed til centralbankens politik, vil nuværende inflation ikke påvirke fremtidig, fordi agenterne forudser, at centralbanken vil sætte renten, således target rammes.
- ▶ Grundet troværdigheden indgår inflationsraten ikke i IS- eller AS-kurven
- ▶ Centralbanken skal dog stadig reagere på output, fordi et højere outputgap vil medføre α_2 højere outputgap i næste periode - hvilket gennem AS-kurven medfører højere inflation.
- ▶ For at modsvare dette, vil CB hæve den nominelle samt reale policy-rente. En enheds stigning i den reale rente påvirker IS-kurven med α_2 , hvilket forklarer hvorfor $b = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$

19.3(III) Exc. 1 & 2

Vi har tidligere snakket om Taylor reglen, hvor vi implicit har antaget centralbanken tilpasser deres rente med det samme. I virkeligheden ønsker centralbanker dog ikke store ændringer i renten og det er derfor mere realistisk, at de udjævner renteændringer

$$r_t = (1 - \lambda)r_t^* + \lambda r_{t-1} \Leftrightarrow r_t - r_{t-1} = (1 - \lambda)(r_t^* - r_{t-1})$$

Hvor λ angiver trægheden i renteændringerne. r^* er den ønskede realrente, som er givet ved en Taylor-regel

$$r_t^* = \bar{r} + h(\pi_t - \pi_t^*) + b(y_t - \bar{y})$$

Vi antager derudover, at agenter er så sofistikerede, at de indser inflationen på lang sigt vil være lig centralbankens målsætning, hvorfor $\pi_t^e = \pi^*$. IS kurven og udbudssiden er fortsat

$$\hat{y}_t = \alpha_1(g_t - \bar{g}) - \alpha_2(r_t - \bar{r}) + \nu_t, \quad \pi_t = \pi_t^e + \gamma \hat{y}_t + s_t$$

Diskuter om antagelsen $\pi_t^e = \pi^*$ er rimelig, udled dernæst AD-kurven.

$$\hat{y}_t = \rho \hat{y}_{t-1} - \alpha \hat{\pi}_t + z_t - \lambda z_{t-1}$$

$$\rho \equiv \frac{\lambda}{1 + \alpha_2 b(1 - \lambda)}, \quad \alpha \equiv \frac{\alpha_2 h(1 - \lambda)}{1 + \alpha_2 b(1 - \lambda)}, \quad z_t \equiv \frac{\alpha_1(g_t - \bar{g}) + \nu_t}{1 + \alpha_2 b(1 - \lambda)}$$

19.3(III) Exc. 1 (Fortsat)

Antagelsen forekommer rimelig såfremt centralbanken har offentliggjort siden inflationsmålsætning og samtidig har høj troværdighed. I det mere generelle tilfælde vil en andel af befolkningen have disse forventninger, imens en anden andel bruger statiske forventninger, dvs. $\pi_t^e = \pi_{t-1}$

19.3(III) Exc. 3

Vis at modellen kan reduceres til differensligningen

$$\hat{y}_t = \beta \rho \hat{y}_{t-1} + \beta(z_t - \lambda z_t) - \alpha \beta s_t, \quad \beta \equiv \frac{1}{1 + \gamma \alpha}$$

Hint: Anvend AD kurven fra før og AS-kurven

$$\pi_t = \pi_t^e + \gamma \hat{y}_t + s_t \Leftrightarrow$$

$$\pi_t - \pi^* = \gamma \hat{y}_t + s_t \Leftrightarrow$$

$$\hat{\pi}_t = \gamma \hat{y}_t + s_t$$

Vis, at i fraværet af choks vil økonomien konvergere imod ligevægten. Hvordan og hvorfor påvirker λ konvergenshastigheden imod ligevægten?

19.3(III) Exc. 3 (Fortsat)

Indsætter AS-kurven og reducerer

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= \rho \hat{y}_{t-1} - \alpha (\gamma \hat{y}_t + s_t) + z_t - \lambda z_{t-1} \Leftrightarrow \\ (1 + \alpha \gamma) \hat{y}_t &= \rho \hat{y}_{t-1} - \alpha s_t + z_t - \lambda z_{t-1} \Leftrightarrow \\ \hat{y}_t &= \beta \rho \hat{y}_{t-1} + \beta (z_t - \lambda z_t) - \alpha \beta s_t\end{aligned}$$

Vi antager ingen shocks, dvs. $z_t = s_t = 0$ for alle værdier af t .
Hvilket medfører

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= \beta \rho \hat{y}_{t-1} \Leftrightarrow \\ \hat{y}_t &= (\beta \rho)^2 \hat{y}_{t-2} \Leftrightarrow \\ \hat{y}_t &= (\beta \rho)^t \hat{y}_0\end{aligned}$$

Da $0 < \beta < 1$ og $0 < \rho < 1$ må det gælde, at $0 < \beta \rho < 1$, hvilket betyder, at økonomien, såfremt der ingen choks er vil konvergere imod ligevægten. Fordi outputgabet lukkes andelen $1 - \beta \rho$ hver periode.

19.3(III) Exc. 3 (Fortsat)

$$\begin{aligned}\beta\rho &= \left(\frac{1}{1+\gamma\alpha}\right)\left(\frac{\lambda}{1+\alpha_2b(1-\lambda)}\right) \Leftrightarrow \\ \beta\rho &= \left(\frac{1}{1+\gamma\frac{\alpha_2h(1-\lambda)}{1+\alpha_2b(1-\lambda)}}\right)\left(\frac{\lambda}{1+\alpha_2b(1-\lambda)}\right) \Leftrightarrow \\ \beta\rho &= \frac{\lambda}{1+\alpha_2b(1-\lambda)+\gamma\alpha_2h(1-\lambda)} \\ \frac{\partial\beta\rho}{\partial\lambda} &= \frac{1+\alpha_2b(1-\lambda)+\gamma\alpha_2h(1-\lambda)-\lambda(-\alpha_2b-\gamma\alpha_2h)}{(1+\alpha_2b(1-\lambda)+\gamma\alpha_2h(1-\lambda))^2} \Leftrightarrow \\ \frac{\partial\beta\rho}{\partial\lambda} &= \frac{1+\alpha_2b+\gamma\alpha_2h}{(1+\alpha_2b(1-\lambda)+\gamma\alpha_2h(1-\lambda))^2} > 0\end{aligned}$$

En højere værdi af λ vil mindske konvergenshastigheden. Idet centralbanken udjævner renteændringerne mere og derfor er længere tid om at nå den optimale rente. For at nå ligevægten skal gabet mellem den faktiske og naturlige rente lukkes, dette gab er givet ved

$$r_t - \bar{r} = (1-\lambda)(b+\gamma h)\hat{y}_t + \lambda(r_{t-1} - \bar{r})$$

19.3(III) Exc. 4

Antag at økonomien starter ud i en kortsigtsligevægt, $y_0 < \bar{y}$. Giv en grafisk illustration af kortsigtsligevægten og økonomiens tilpasning til langtidsligevægten antaget at der ikke er nogle yderligere stød til økonomien.

Forklar de økonomiske mekanismer der er i spil.

19.3(III) Exc. 4 (fortsat)

- ▶ Vi bemærker, at eftersom Centralbanken kun ændrer renten lidt af gangen, vil stødet føles "større". I de kommende perioder, vil CB gradvist sænke renten for at stabilisere økonomien.
- ▶ Den lavere reaktion fra centralbanken, betyder også lavere tilpasningshastighed
- ▶ Vi bemærker at udbudskurven ikke flytter sig, fordi den forventede inflation svarer til inflationstarget.

19.3(III) Exc. 5

Antag nu at økonomien er i sin langsigtslige vægt i periode 0, men rammes af et midlertidigt negativt udbudsstød, $s > 0$ (ja, det står rigtigt - betydning: højere inflation for et given niveau af output). i den efterfølgende periode er stødet forgået. Giv en grafisk illustration af økonomien i periode 1, 2 (og 0). Kan output i periode 2 være lavere end i periode 1?

19.3(III) Exc. 5

- ▶ Som følge af negativt udbudsstød, vil økonomien befinde sig i stagflation hvilket er høj inflation og negativt outputgap.
- ▶ I periode 2, vil faldet i output medføre, at AD-kurven rykker ned for at tilpasse det nye udbud.
- ▶ I periode 2, vil stødet være forsvundet og AS-kurven vil befinde sig på sit initiale niveau
- ▶ AD-kurven vil derefter konvergere mod sin langsigtslige vægt i de efterfølgende perioder.

19.3(III) Exc. 6

Antag igen at økonomien er i sin langsigtsligevægt i periode 0, men antag at den rammes af et midlertidigt negativt stød til AD-kurven i periode 1, og forsvinder i den efterfølgende periode. Giv en illustration, og forklar mekanismerne.

19.3(III) Exc. 6

- ▶ I periode 0, befinder vi os i langtidsligevægten.
- ▶ AD-kurven rykker som følge af negativt efterspørgselsstød
- ▶ I periode 2 forsvinder udbudsstøddet, men fordi CB reagerer på outputtet i sidste periode, vil økonomien overshoot og befinde sig i højkonjunktur grundet rentenedsættelse.
- ▶ I de kommende periode, vil AD-kurven rykke sig langs AS-kurven, fordi centralbanken strammer renten for at stabilisere økonomien.