

4. Holdundervisning

16.2 (III)

Optimal forbrugsteori

16.2 Exc. 1

Vi antager agenten arbejder i periode 1 og er på pension i periodes 2. Altså har han lønindkomst og initial formue at forbruge i periode 1 og formue at forbruge i periode 2.

$$V_2 = (1 + r) \left[\underbrace{V_1}_{\text{Initial formue}} + \underbrace{w(1 - \tau)h}_{\text{Disp. indkomst}} - \underbrace{C_1}_{\text{Periode 1 forbrug}} \right] \quad (33)$$

$$C_2 = \underbrace{V_2}_{\text{Formue}} \quad (34)$$

Bestem den intertemporale budgetrestriktion ved at indsætte (34) i (33) og isoler nutidsværdien af forbrug på venstresiden.

Ekstra: Sørg for $w(1 - \tau)(1 - h)$ fremgår på venstresiden

16.2 Exc. 1 (Fortsat)

Indsæt ligning (34) i (33) og isoler for C_1 :

$$C_2 = (1+r)[V_1 + w(1-\tau)h - C_1]$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{1+r} = V_1 + w(1-\tau)h - C_1$$

$$\Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} = V_1 + w(1-\tau)h$$

Bemærk at nutidsværdien af forbrug skal svare til forbrugersens livstidsindkomst. Fordi vi er interesseret i den mulige indkomst omskriver vi udtrykket til nedenstående:

$$\Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} + w(1-\tau) = V_1 + w(1-\tau)h + w(1-\tau)$$

Træk $w(1-\tau)h$ over på venstresiden:

$$\Rightarrow C_1 + \frac{C_2}{1+r} + \underbrace{w(1-\tau)(1-h)}_{\text{værdi af forbrug af fritid}} = V_1 + w(1-\tau)$$

16.2 Exc. 2

Nyttefunktionen er givet ved

$$U = \ln C_1 + \beta \ln(1 - h) + \frac{\ln C_2}{1 + \phi} \quad (35)$$

Benyt $F \equiv 1 - h$ som et mål for fritid. Vi har samlet én tidsenhed som kan bruges på arbejde eller fritid.

Vis at det optimale forbrug i periode 1 er

$$C_1 = \tilde{\theta}[V_1 + w(1 - \tau)], \tilde{\theta} \equiv \frac{1 + \phi}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \quad (36)$$

Samt den optimale fritid er

$$F = \frac{\beta C_1}{w(1 - \tau)} \quad (37)$$

Isoler C_2 fra forrige opgave og indsæt i (35). Find FOB mht. C_1 og F .

16.2 Exc 2 (Fortsat)

Isolerer C_2 fra den intertemporal budgetrestriktion

$$\begin{aligned}C_1 + \frac{C_2}{1+r} + w(1-\tau)F &= V_1 + w(1-\tau) \Leftrightarrow \\ \frac{C_2}{1+r} &= V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1 \Leftrightarrow \\ C_2 &= (1+r)[V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1]\end{aligned}$$

Vi kan nu løse den optimale livstidsnytte ved brug af substitution:

$$\begin{aligned}U &= \ln C_1 + \beta \ln(1-h) + \frac{\ln C_2}{1+\phi} \\ \Rightarrow U &= \ln C_1 + \beta \ln(F) + \frac{\ln(1+r)[V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1]}{1+\phi}\end{aligned}$$

16.2 Exc 2 (Fortsat)

Find nu den 1. afledte mht. F og C_1 og sæt lig nul:

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial F} &= 0 \Leftrightarrow \\ \frac{\beta}{F} - \frac{w(1-\tau)(1+r)}{(1+r)(V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1)(1+\phi)} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\beta}{F} &= \frac{w(1-\tau)}{(V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1)(1+\phi)}\end{aligned}$$

Vi gør nu det samme for C_1 :

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial C_1} &= 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C_1} - \frac{(1+r)}{(1+r)(V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1)(1+\phi)} = 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{C_1} &= \frac{1}{(V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1)(1+\phi)} \\ \Rightarrow C_1 &= (V_1 + w(1-\tau)(1-F) - C_1)(1+\phi)\end{aligned}$$

16.2 Exc 2 (Fortsat)

Vi indsætter nu vores afledte mht. C_1 ind i optimal forbrug af fritid:

$$\begin{aligned} C_1 &= (V_1 + w(1 - \tau)(1 - F) - C_1)(1 + \phi) \\ \frac{\beta}{F} &= \frac{w(1 - \tau)}{(V_1 + w(1 - \tau)(1 - F) - C_1)(1 + \phi)} \\ \Rightarrow \frac{\beta}{F} &= \frac{w(1 - \tau)}{C_1} \end{aligned}$$

Isolerer vi for F , får vi (37):

$$F = \frac{\beta C_1}{w(1 - \tau)}$$

16.2 Exc 2 (Fortsat)

For at finde C_1 , indsætter vi nu vores udtryk for F i C_1 og isolerer C_1 :

$$\begin{aligned}C_1 &= (V_1 + w(1 - \tau)(1 - \frac{\beta C_1}{w(1 - \tau)}) - C_1)(1 + \phi) \\ \Rightarrow C_1 &= (V_1 + w(1 - \tau)(\frac{w(1 - \tau) - \beta C_1}{w(1 - \tau)}) - C_1)(1 + \phi) \\ \Rightarrow C_1 &= (V_1 + w(1 - \tau) - \beta C_1 - C_1)(1 + \phi) \\ \Rightarrow C_1(1 + (1 + \beta)(1 + \phi)) &= (V_1 + w(1 - \tau))(1 + \phi) \\ \Rightarrow C_1 &= \frac{(V_1 + w(1 - \tau))(1 + \phi)}{(1 + (1 + \beta)(1 + \phi))} \\ \Rightarrow C_1 &= \tilde{\theta}[V_1 + w(1 - \tau)], \text{ hvor } \tilde{\theta} = \frac{(1 + \phi)}{(1 + (1 + \beta)(1 + \phi))}\end{aligned}$$

Ud fra ovenstående ser vi at det optimale forbrugsvalg C_1 afhænger proportionalt af initial formue, og *potentiel* livsindkomst. Grunden til at det er potentielt skyldes, at fritid $(1 - h)$ ikke er forudbestemt.

16.2 Exc 2 (Fortsat)

Lad os lige blive ved nedenstående udtryk:

$$\tilde{\theta} = \frac{(1 + \phi)}{(1 + (1 + \beta)(1 + \phi))}$$

På baggrund af fortegnet, ses det let, at dette er større end nul. Vi ser ligeledes at det også må gælde at dette er mindre end 1:

$$0 < \frac{(1 + \phi)}{(1 + (1 + \beta)(1 + \phi))} < 1$$

Er der nogle der har et bud på, hvad $\tilde{\theta}$ er udtryk for? Og hvordan kan det være, at det ikke afhænger af renten?

16.2 Exc 3

$$F = \frac{\beta C_1}{w(1 - \tau)} \quad (37)$$

$$C_1^* = \frac{1 + \phi}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} [V_1 + w(1 - \tau)]$$

Husk, at $F \equiv 1 - h$ bestem nu h ved at indsætte C_1^* og (37) i definitionen. Hvordan afhænger h af skatten på lønindkomst, τ ? Hvad er intuitionen?

16.2 Exc 3 (Fortsat)

Sætter definitionen af F lig med (37)

$$1 - h = \frac{\beta C_1}{w(1 - \tau)} \Leftrightarrow$$

$$h = 1 - \frac{\beta}{w(1 - \tau)} \frac{1 + \phi}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} [V_1 + w(1 - \tau)] \Leftrightarrow$$

$$h = 1 - \frac{\beta(1 + \phi)}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \frac{V_1 + w(1 - \tau)}{w(1 - \tau)} \Leftrightarrow$$

$$h = 1 - \frac{\beta(1 + \phi)}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \left[\frac{V_1}{w(1 - \tau)} + 1 \right]$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = - \frac{\beta(1 + \phi)}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \frac{0 * w(1 - \tau) - (-w * V_1)}{(w(1 - \tau))^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = - \frac{\beta(1 + \phi)}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \frac{V_1 w}{(w(1 - \tau))^2} < 0$$

16.2 Exc 3 (Fortsat)

$$h = 1 - \frac{\beta(1 + \phi)}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \left[\frac{V_1}{w(1 - \tau)} + 1 \right]$$

Ved en stor initial formue kan arbejdsudbuddet blive negativt. Fordi der ingen grund er til at arbejde, hvis man er velstående nok. Velstående individer vil derfor ansætte personale til at udføre opgaver hjemmet. Den negative arbejdsudbud kan derfor fortolkes som efterspørgsel på arbejdskraft.

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = - \frac{\beta(1 + \phi)}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \frac{V_1 w}{\left(w(1 - \tau) \right)^2} < 0$$

For $V_1 > 0$ vil arbejdsudbuddet afhænge negativt af skattesatsen. Det skyldes, at det relative fald i prisen for fritid, $w(1 - \tau)$ er større end det relative fald i potentielt forbrug $V_1 + w(1 - \tau)$. Fordi formue ikke er beskattet bliver indkomsteffekten mindre udtalt og substitutionseffekten dominerer.

16.2 Exc 4

Nu begrænser fagforeninger, hvor meget individet må arbejde. Hvilket gør udregningerne lidt lettere, da $F = 1 - \bar{h}$ er eksogent givet. Husk den intertemporale budgetrestriktion

$$C_2 = (1 + r)[V_1 + w(1 - \tau)\bar{h} - C_1]$$

Indsæt det i nyttefunktionen

$$U = \ln C_1 + \beta \ln(1 - \bar{h}) + \frac{\ln C_2}{1 + \phi}$$

Bestem derefter C_1

16.2 Exc 4 (Fortsat)

Nyttefunktionen er derfor givet

$$U = \ln C_1 + \beta \ln(1 - \bar{h}) + \frac{\ln(1 + r)[V_1 + w(1 - \tau)\bar{h} - C_1]}{1 + \phi}$$

Nyttefunktionen maksimeres ved at finde FOB for C_1

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial C_1} &= 0 \Leftrightarrow \\ \frac{1}{C_1} - \frac{1 + r}{(1 + r)[V_1 + w(1 - \tau)\bar{h} - C_1](1 + \phi)} &= 0 \Leftrightarrow \\ C_1 &= (V_1 + w(1 - \tau)\bar{h} - C_1)(1 + \phi) \Leftrightarrow \\ C_1(2 + \phi) &= (V_1 + w(1 - \tau)\bar{h})(1 + \phi) \Leftrightarrow \\ C_1 &= (V_1 + w(1 - \tau)\bar{h})\frac{1 + \phi}{2 + \phi}\end{aligned}$$

16.2 Exc 4 (Fortsat)

Under endogent arbejdsudbud

$$C_1 = \frac{1 + \phi}{1 + (1 + \phi)(1 + \beta)} \left[V_1 + \underbrace{w(1 - \tau)}_{\text{Potentiel arbejdsindkomst}} \right]$$

Under eksogent arbejdsudbud

$$C_1 = \left(V_1 + \underbrace{w(1 - \tau)\bar{h}}_{\text{Faktisk arbejdsindkomst}} \right) \frac{1 + \phi}{2 + \phi}$$