

3. Holdundervisning

Sommer 2019 Reeksamen, Opgave 2

Boliginvesteringer

2.1 & 2.2

Profitfunktionen er givet ved

$$\Pi = p^H I^H - P I^H - \frac{1}{2} \alpha (I^H - \delta H)^2$$

Bestem det optimale niveau af boliginvesteringer ved at maksimere profitfunktionen. Vis desuden, hvad der skal være opfyldt for $I^H > 0$.

Beskriv og forklar, hvordan boliginvesteringerne afhænger af $p^H - P$ og H .

2.1

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial I^H} &= 0 \Leftrightarrow \\ p^H - P - \alpha I^H + \alpha \delta H &= 0 \Leftrightarrow \\ \alpha I^H &= p^H - P + \alpha \delta H \Leftrightarrow \\ I^H &= \frac{p^H - P}{\alpha} + \delta H\end{aligned}$$

Vi bør ligeledes tjekke andenordensbetingelsen for at sikre at ovenstående løsning er et maksimum:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial I^{H^2}} = -\alpha < 0$$

For at $I^H > 0$ skal det gælde

$$\begin{aligned}\frac{p^H - P}{\alpha} + \delta H &> 0 \Leftrightarrow \\ p^H - P &> -\alpha \delta H \Leftrightarrow \\ p^H &> P - \alpha \delta H\end{aligned}$$

2.2

Beskriv og forklar hvordan boliginvesteringerne afhænger af $p^H - P$ og H : Vi bemærker, at for stigende $p^H - P$ vil investeringerne i bolig være stigende. P er udtryk for omkostningerne forbundet ved opførelse af nyt hus. Hvis værdien, $p^H > P$, vil bygherrerne altså kunne få positiv profit ved at indå i denne investering. Sagt med andre ord $MR > MC$. Boliginvesteringerne bliver aldrig uendelig grundet konvekse omkostninger, som stiger i takt med øgede investeringer.

H er boligbeholdningen, og δH kan derfor betragtes som det investeringsniveau, der sikrer den nuværende boligbeholdning. Stiger dette, vil det normale/naturlige niveau af investeringer stiger, eftersom en større mængde deprecierer.

$$\frac{\partial I^H}{\partial (p^H - P)} = \frac{1}{\alpha} > 0$$
$$\frac{\partial I^H}{\partial H} = \delta > 0$$

2.3

Husholdningens nytte er givet ved nedenstående Cobb-Douglas nyttefunktion:

$$U(H^d, C) = (H^d)^\eta C^{1-\eta} \quad (5)$$

User cost er givet ved

$$v * p^H, \quad v \equiv r(1 - \tau) + \delta + s \quad (6)$$

Med budgetrestriktionen

$$C + vp^H H^d = Y \quad (7)$$

Bestem husholdningens optimale boligefterspørgsel.

Hint: Indsæt (7) i (5) og løs førsteordensbetingelsen.

Bestem også elasticiteten for H^d mht. Y og vp^H .

Hint: Elasticiteten er $\frac{\partial y}{\partial x} \frac{x}{y}$

2.3 fortsat

Husholdningens nytte findes ved at substituere bibetingelsen ind i (5).

$$U = (H^d)^\eta (Y - vp^H H^d)^{1-\eta}$$

$$\frac{\partial U}{\partial H^d} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\eta(H^d)^{\eta-1}(Y - vp^H H^d)^{1-\eta} - (H^d)^\eta(1-\eta)(Y - vp^H H^d)^{-\eta}vp^H = 0 \Leftrightarrow$$

$$\eta(H^d)^{\eta-1}(Y - vp^H H^d)^{1-\eta} = (H^d)^\eta(1-\eta)(Y - vp^H H^d)^{-\eta}vp^H \Leftrightarrow$$

$$\eta(Y - vp^H H^d) = (1-\eta)H^d vp^H \Leftrightarrow$$

$$\eta Y - \eta vp^H H^d = (1-\eta)H^d vp^H \Leftrightarrow$$

$$\eta Y = vp^H H^d \Leftrightarrow$$

$$H^d = \frac{\eta Y}{vp^H}$$

2.3 fortsat

Vi bemærker, at løsningen minder om en standard Cobb-Douglas løsning, eftersom, forbrugerens optimale boligefterspørgsel, H^d , svarer til en andel af forbrugerens indkomst, $Y > 0$. Antages forbrugerpriserne at være numeraire, kan løsningen tolkes som det relative prisforhold mellem de to "goder". Vi bemærker at boligefterspørgslen er stigende i indkomst, øget indkomst betyder en større efterspørgsel boliger. Imens efterspørgslen er aftagende i user costs, vp^H , da det svarer til alternativomkostningen ved bolig stiger, altså bliver øvrigt forbrug mere attraktivt.

Det er vigtigt, at bolig ikke forstås i snæver forstand som ét hus. Men derimod som kvadratmeter eller renovering.

2.3 fortsat

For at kigge på elasticiteten kan vi bruge nedenstående løsningsmetode:

$$\frac{\partial H^d}{\partial Y} \frac{Y}{H^d} = \frac{\eta}{vp^H} \frac{Y}{H^d} = \frac{H^d}{H^d} = 1$$
$$\frac{\partial H^d}{\partial vp^H} \frac{vp^H}{H^d} = -\frac{\eta Y}{(vp^H)^2} \frac{vp^H}{H^d} = -\frac{H^d}{H^d} = -1$$

MEN eftersom logaritmen blot er en monoton transformation, der altså ikke påvirker resultatet, kan vi finde elasticiteten på denne facon.

$$\ln H^d = \ln \eta + \ln Y - \ln vp^H$$

Vi kan i princippet allerede nu "se" elasticiteterne til hhv. Y og vp^H .

2.4

Boligefterspørgselsfunktionen er nu givet ved

$$H^d = \frac{\beta Y^\varepsilon}{e^{\sigma v p^H}} \quad (9)$$

Bestem elasticiteten mht. Y og semielasticiteten mht. $v p^H$.

Hint: Semielasticiteten er givet ved $\frac{\partial H^d}{\partial (v p^H)} \frac{1}{H^d}$

Vi kan endnu en gang benytte "logaritme tricket":

$$\ln H^d = \ln \beta + \varepsilon \ln Y - \sigma v p^H$$

Elasticitet: En pct. ændring i x , svarer til en α pct. ændring i Y .

Semielasticitet: En enheds ændring i x svarer til α pct. ændring i Y .

2.4 fortsat

Elasticiteten mht. Y :

$$\frac{\partial H^d}{\partial Y} \frac{Y}{H^d} = \varepsilon \frac{\beta Y^{\varepsilon-1}}{e^{\sigma v p^H}} \frac{Y}{H^d} = \varepsilon \frac{H^d}{H^d} = \varepsilon$$

Semi-elasticiteten mht. user cost:

$$\frac{1}{H^d} \frac{\partial H^d}{\partial (v p^H)} = \frac{-\sigma \beta Y^{\varepsilon}}{e^{\sigma v p^H}} \frac{1}{H^d} = -\sigma \frac{H^d}{H^d} = -\sigma$$

2.5

Ligevægtsbetingelsen er givet ved

$$H^d = H \quad (10)$$

Benyt boligefterspørgsel

$$H^d = \frac{\beta Y^\varepsilon}{e^{\sigma v p^H}} \quad (9)$$

Til at bestemme den kortsigtede ligevægtspris. Hint: Tag logaritmer til (9) og (10). Indsæt bagefter (9) i (10).

Illustrer desuden ligevægten i et diagram og illustrer konsekvenserne ved skift i β , Y , H og v .

Hvilke konsekvenser har følsomheden overfor aktivitetsniveauet for konjunkturudsving?

2.5 fortsat

Først tages logaritmen på begge sider

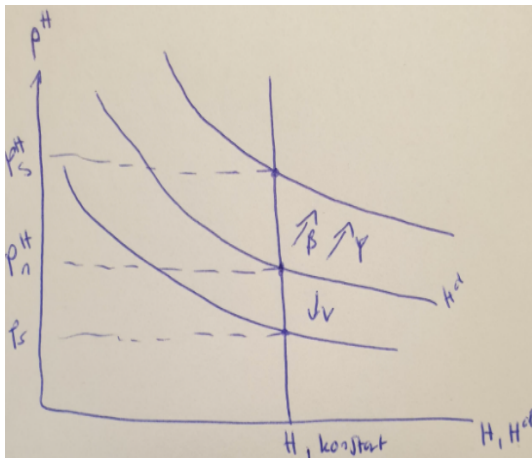
$$\ln H^d = \ln H \Leftrightarrow$$

$$\ln \beta + \varepsilon \ln Y - \sigma v p^H = \ln H \Leftrightarrow$$

$$\sigma v p^H = \ln \beta + \varepsilon \ln Y - \ln H \Leftrightarrow$$

$$p^H = \frac{\ln \beta + \varepsilon \ln Y - \ln H}{\sigma v}$$

2.5 fortsat



2.5 fortsat

- ▶ En stigning i β : En stigning i β vil alt andet lige betyde, at efterspørgslen på husbeholdning stiger, hvorfor dette trækker i retning af øgede huspriser.
- ▶ En stigning i Indkomsten: En stigning i Y , hæver naturligvis huspriserne, eftersom forbrugeren er i stand til at betale en højere pris.
- ▶ En stigning i v : en stigning i user cost vil alt andet lige sænke huspriserne, eftersom disse stiger proportionalt med priserne.
- ▶ En stigning i H : En stigning i husbeholdningen vil ikke kunne lade sig gøre på kort sigt, eftersom beholdningen er perfekt inelastisk. Skulle der dog alligevel ske vil boligpriserne selvfølgelig falde.

2.5 fortsat

Såfremt aktivitetsniveauet stiger vil boligpriserne stige, jf. (11). En højere boligpris gør det mere attraktivt at investere i boliger, fordi gevinsten nu er større, jf. (4). Boliginvesteringerne indgår i aktivitetsniveauet, hvorfor dette igen stiger. Der opstår derfor en selvforstærkende effekt, hvilket vil forstærke konjunkturudsving og der kan derfor være et stabiliserende ønske om at mindske denne effekt.

$$I^H = \frac{p^H - P}{\alpha} + \delta H \quad (4)$$

$$p^H = \frac{\ln \beta + \varepsilon \ln Y - \ln H}{\sigma v} \quad (11)$$

2.6

Betingelsen for langsigtslige vægten er

$$I^H = \delta H \quad (1)$$

Indsæt det optimale investeringsniveau

$$I^H = \frac{p^H - P}{\alpha} + \delta H$$

Vis herefter, at det må gælde $p^H = P$. Indsæt dette resultat i (11) for at udlede betingelsen for boligbeholdningen.

$$p^H = \frac{\ln \beta + \varepsilon \ln Y - \ln H}{\sigma v} \quad (11)$$

2.6 fortsat

$$\frac{p^H - P}{\alpha} + \delta H = \delta H \Leftrightarrow$$
$$\frac{p^H - P}{\alpha} = 0 \Leftrightarrow p^H = P$$

Ved at indsætte dette i (11) fås

$$P = \frac{\ln \beta + \varepsilon \ln Y - \ln H}{\sigma \nu} \quad (14)$$

Intuitionen bag dette er priserne skal være lig med omkostningerne på lang sigt. Hvis dette ikke er tilfældet vil det være profitabelt enten at bygge flere boliger eller at sælge boliger. Dette presser prisen ned indtil den igen er lig med omkostningerne. Samtidig skal der være ligevægt på kort sigt, dette er kun tilfældet såfremt (14) er overholdt, da dette sikrer den rette mængde af boligbeholdning for $p^H = P$.

2.6 fortsat

Følgende betingelser skal være opfyldt

$$p^H > P - \alpha \delta H \quad (3)$$

$$\ln \beta + \varepsilon Y > \ln H \quad (12)$$

Det fremgår tydeligt, at (3) er opfyldt, da $0 > -\alpha \delta H$, hvilket sikrer boliginvesteringerne er positive.

(12) er opfyldt fordi

$$\ln H = \ln \beta + \varepsilon \ln Y - \sigma v P < \ln \beta + \varepsilon \ln Y$$

Denne betingelse sikrer, at boligprisen, p^H , er positiv.

2.7

Vi skal nu finde boligprisens kortsigtede følsomhed (elasticitet) overfor en ændring i aktivitetsniveauet, Y :

$$p^H = \frac{\ln \beta + \varepsilon \ln Y - \ln H}{\sigma v} \quad (11)$$

Indsæt efterfølgende ligning (6) og antag at elasticiteten er en langsigtsbetragtning:

$$v * p^H, \quad v \equiv r(1 - \tau) + \delta + s \quad (6)$$

2.7

Vi skal endnu engang finde en elasticitet denne gang mht. indkomstniveauet og boligpriserne, p^H .

$$\frac{\partial p^H}{\partial Y} \frac{Y}{p^H} = \frac{\varepsilon}{\sigma v Y} \frac{Y}{p^H} = \frac{\varepsilon}{\sigma v} \frac{1}{P}$$

Vi har i ovenstående udledning antaget at $p^H = P$. Vi kan nu indsætte v , fra ligning (6):

$$\frac{\partial p^H}{\partial Y} \frac{Y}{p^H} = \frac{\varepsilon}{\sigma(r(1-\tau) + \delta + s)} \frac{1}{P}$$

2.7 fortsat

- ▶ Vi bemærker at user costs, v , falder når beskatningen, τ stiger. Hvilket alt andet lige betyder, at elasticiteten bliver større. Dette skyldes, at alternativomkostningen ved at holde kapital i bolig efter skat falder, hvorfor det er favorabelt at binde mere kapital i bolig.
- ▶ Et fald i s , ejendomsværdiskattesatsen vil sænke user costs, og dermed betyde, at elasticiteten mht. aktivitetsniveauet stiger.

Kan beskatning relateret til ejerboliger evt. anvendes til at skabe en automatisk stabilisering af konjunkturer?

- ▶ Ja. Vi så jo i forestående opgave, at disse parametre påvirkede elasticiteten i boligpriserne.
- ▶ Vi kan ved at sætte τ passende lavt og s passende højt, mindske elasticiteten, hvilket implicerer at aktivitetsniveauet, som følge af lavere boliginvesteringer igen vil være mindre påvirket af den givne konjunktursituation.