

Noter til øvelsesopgaver i Makro B

Casper Nordal Jørgensen*

23. august 2011

Bemærk. Når ligninger får en mærkat med et tal, dvs. sædvanlige liningsnummer, refererer dette nummer da til pågældende opgave, mens ligninger indeholdende relevante udledninger eller resultater til brug i besvarelsen af pågældende opgave, markeres med et bogstav.

*Dette dokument indeholder noter brugt i øvelsestimerne til gennemgang af opgaver i Makro B.

Bemærk. Visse vil meget muligt finde denne bemærkning unødvendig (google findes jo). Jeg finder det dog alligevel stærkt relevant med følgende liste over det græske alfabet.

<i>Navn</i>	<i>Lille</i>	<i>Stort</i>
<i>Alpha</i>	α	A
<i>Beta</i>	β	B
<i>Gamma</i>	γ	Γ
<i>Delta</i>	δ	Δ
<i>Epsilon</i>	ϵ	E
<i>Zeta</i>	ζ	Z
<i>Eta</i>	η	E
<i>Theta</i>	θ	Θ
<i>Iota</i>	ι	I
<i>Kappa</i>	κ	K
<i>Lambda</i>	λ	Λ
<i>Mu</i> $[:My]$	μ	M
<i>Nu</i> $[:Ny]$	ν	N
<i>Xi</i>	ξ	Ξ
<i>Omicron</i>	o	O
<i>Pi</i>	π	Π
<i>Rho</i>	ρ	R
<i>Sigma</i>	σ	Σ
<i>Tau</i>	τ	T
<i>Upsilon</i>	υ	Υ
<i>Phi</i>	ϕ	Φ
<i>Chi</i>	χ	X
<i>Psi</i>	ψ	Ψ
<i>Omega</i>	ω	Ω

Indhold

Opgave 14.1	4
Opgave 14.2	7
Opgave 14.A	11
Opgave 15.A	17
Opgave 15.1	23
Opgave 15.2	27
Opgave 16.A	30
Opgave 16.B	35
Opgave 17.A	40
Opgave 18.A	47
Opgave 18.1	59
Opgave 19.2	62
Opgave 19.3	69
Opgave 19.4	81
Opgave 20.5	84
Opgave 23.2	86
Opgave 23.3	89
Opgave 24.1	93
Opgave 24.2	97
Appendiks	105

Opgave 14.1 - Stock market valuation and 'fundamentals'

Introduktion

Ligevægt på aktiemarkedet kræver

$$\underbrace{(r + \epsilon)}_{\text{Krævet afkast}} V_t = \underbrace{\overbrace{D_t^e}^{\text{forventet dividende}} + \overbrace{V_{t+1}^e - V_t}^{\text{forventet kapitalgevinst}}}_{\text{Total forventet aktieafkast}}. \quad (1)$$

Dette kommer direkte af antagelse om ingen arbitrage, da må forventet afkast af at investere i en aktie, givet ved

1. forventet dividende og
2. forventet værdistigning,

netop være lig det krævede afkast, som består af

1. r : renten på risikofri obligation, dvs. opportunity cost og
2. ϵ : risikopræmie på at købe aktie, kommer af volatilitet på aktiemarkedet.

Af ligning (1) findes den aktieværdi som kræves for at opfylde vores antagelse om ingen arbitrage

$$V_t = \underbrace{\frac{1}{1+r+\epsilon} D_t^e}_{\text{Værdi af dividende}} + \underbrace{\frac{1}{1+r+\epsilon} V_{t+1}^e}_{\text{Fremtidig forventet værdi}}, \quad (1')$$

hvor udtrykket $(1+r+\epsilon)$ skal ses som en slags diskonteringsfaktor.

Fremskriv nu (1') og få aktieværdien udtrykt som summen af nutidsværdierne af den uendelige betalingsstrøm fra dividende udbetalingerne

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{D_{t+i}^e}{(1+r+\epsilon)^{1+i}} \left(= \sum \text{'NPV' } CF_t \right). \quad (6)$$

Suppose that real dividends are expected to grow at the constant rate g^e . If the actual real dividend for period t is D_t , the expected real dividend for future period n will then be given by:

$$D_n^e = D_t(1+g^e)^{n-t}, \quad \text{for } n = t+1, t+2, \dots \quad (31)$$

Spørgsmål 1

Bemærk at g^e viser den forventede *vækstrate* i real dividendeudbetaling, og antages konstant i al fremtid. Sæt (31) ind i (6)

$$\begin{aligned}
 V_t &= T^{-1}D_t + \frac{1+g^e}{T}T^{-1}D_t + \left(\frac{1+g^e}{T}\right)^2 T^{-1}D_t + \left(\frac{1+g^e}{T}\right)^3 T^{-1}D_t + \dots \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1+g^e}{T}\right)^i T^{-1}D_t = \frac{1}{1 - \frac{1+g^e}{T}} T^{-1}D_t \\
 &= \frac{1}{T - (1+g^e)} D_t = \frac{1}{1+r+\epsilon - 1 - g^e} D_t \\
 &= \frac{D_t}{r+\epsilon - g^e},
 \end{aligned} \tag{32}$$

hvor $T \equiv 1+r+\epsilon$.

Spørgsmål 2

Find g^e , når vi definerer afkastgraden som D_t/V_t ,

$$\begin{aligned}
 r+\epsilon+g^e &= D_t/V_t \\
 \Leftrightarrow \\
 g^e &= r+\epsilon+D_t/V_t.
 \end{aligned}$$

Spørgsmål 3

Find nu ϵ :

$$\epsilon = D_t/V_t + g^e - r.$$

Spørgsmål 4

Ad 1) Når data for det finansielle marked følger 1 finder vi markedets forventning til fremtidig dividendeudbetaling, ved vores model, til

$$g^e = 3.4 + 2.8 - 1.2 = 5.0 \text{ procent.}$$

Ad 2) Markedet synes klart at overvurdere stigningen i fremtidig dividende udbetaling. Overvej hvorvidt vækstraten i dividendeudbetaling kan overstige den historiske vækstrate for BNP (på ca. 2-3 pct.)? Markedet må således opleve en utroligt stor optimisme til fremtiden!

Tabel 1: Data fra IMF

D_t/V_t	r	ϵ_{80-99}
1.2	3.4	2.8

Spørgsmål 4

Antag nu, at $g^e = 3.0\text{pct.}$ hvilket er i overensstemmelse med den historisk vækst i USA fra 80-99.

Ad 1) Det synes mere fornuftigt, da profit kan antages (på linie med eksempelvis arbejdernes lønandel) at udgøre en konstant andel af BNP. Dividende kan antages at udgøre fast andel af virksomhedens profit, derfor må dividenden også udgøre en fast andel af BNP. Holder dette, må dividende vokse med profitten, som vokser med BNP og altså må væksten i dividendeudbetalingerne være den samme som væksten i BNP.

Ad 2) Find nu ϵ :

$$\epsilon = 1.2 + 3.0 - 3.4 = 0.8 \text{ pct.}$$

Denne beregnede risikopræmie er langt mindre end den af IMF opgivne fra 1.

Ad 3) Det synes ingenlunde fornuftigt med en risikopræmie på 0.8pct. Igen oplever vi en meget stor optimisme fra markedets side.

Ad 4) Denne overoptimisme kunne skyldes perioden vi har kigget på. Netop fra 80-99 så det utroligt godt ud:

- Greenspan
- *New economy*
- IT-boblen
- Long Term Capital Managment (LTCM)
- Kolde krig
- Nye markeder i øst
- internettet og ehandel

Opgave 14.2 - A generalized q -theory of investment

Suppose that instead of Eq. (9) in the main text of this chapter, the installation cost function takes the more general form:

$$c(I_t) = \frac{a}{\eta + 1} I_t^{\eta+1}, \quad \eta > 0. \quad (33)$$

Bemærk, hvordan formuleringen i (33) af installationsomkostningerne nu lader de marginale omkostninger afhænge af parameteren η .

Spørgsmål 1

Ad 1) Investeringen som funktion af q_t . Først states hvilke ligninger der er nødvendige for at udlede investeringsfunktionen. De følgende ligninger kommer fra PBS og er forklaret der

$$V_t = \frac{D_t^e + V_{t+1}^e}{1 + r + \epsilon}, \quad (2)$$

$$V_{t+1}^e = q_t K_{t+1}, \quad q_t \equiv \frac{V_t}{K_t}, \quad (7)$$

$$D_t^e = \Pi_t^e - I_t - c(I_t), \quad c(0) = 0, c' > 0, \quad (8)$$

$$K_{t+1} = K_t + I_t. \quad (10)$$

Systemet løses, ved at indsætte (10) i (7) kombineret med (8) og (33) i (2):

$$V_t = (1 + r + \epsilon)^{-1} \left[\underbrace{\Pi_t^e - I_t - \frac{a}{\eta + 1} I_t^{\eta+1}}_{D_t^e} + \underbrace{q_t(K_t + I_t)}_{V_{t+1}^e} \right]. \quad (A)$$

Den repræsentative virksomhed maksimerer da (A) med hensyn til I_t , hvor q_t tages for givent. Førsteordensbetingelsen er

$$\frac{\partial V_t}{\partial I_t} = 0 \Rightarrow -1 - a I_t^\eta + q_t = 0,$$

hvilket giver os

$$\begin{aligned} \underbrace{q_t}_{\text{forventet kapitalgevinst}} &= 1 + a I_t^\eta \left(= \underbrace{1 + \frac{\partial c}{\partial I_t}}_{\text{tab i dividende}} \right) \\ &\Leftrightarrow \\ I_t &= \left(\frac{q_t - 1}{a} \right)^{1/\eta}. \end{aligned} \quad (B)$$

En profitmaksimerende (og dermed aktieværdimaksimerende) virksomhed ses da at investere i henhold til (B).

Ad 2) q -teori for investering

Det ses af (B) at det optimale niveau for investering (som maksimerer aktieværdi) er der hvor den forventede kapitalgevinst (q_t) netop er lige tabet i dividende ($1 + \frac{\partial c}{\partial I}$). En højere forventet kapitalgevinst (læs: højere forventet afkast af investeringen) giver da, at en optimerende virksomhed vil øge egne investeringer.

Ad 3) q -teori som forklaring på $\frac{\partial I}{\partial r} < 0$ og $\frac{\partial I}{\partial y} > 0$

$$\text{a) } r \uparrow \Rightarrow V_t \downarrow \text{ (ceteris paribus) } \Rightarrow q_t \downarrow \Rightarrow I_t \downarrow$$

$$\text{b) } y \uparrow \Rightarrow \Pi_t^e \uparrow V_t \uparrow \Rightarrow q_t \uparrow \Rightarrow I_t$$

Suppose that during each period, a fraction δ of the capital stock has to be scrapped because of wear, tear and technical obsolescence, so the change in the capital stock is given by:

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta K_t, \quad (34)$$

where I_t indicates gross investment, including the replacement investment serving to compensate for depreciation. Suppose that only net additions to the capital stock generate adjustment costs. In that case installation costs will be determined by net investment $I_t - \delta K_t$ so that (33) must be replaced by:

$$c(I_t) = \frac{a}{\eta + 1} (I_t - \delta K_t)^{\eta+1}. \quad (35)$$

Spørgsmål 2

Ad 1) Hvorfor kun *netto*investering som genererer installationsomkostning?

Da δK_t er kapital som skal fornyes antages, at installationsomkostningerne er betalt/ofret på *første* installation. Denne omkostning kunne antages at opstå via teknologi køb/forståelse for brug af investerede kapital. Installationsomkostningen skal dermed ses som en engangs'investering'.

- Eksempel: Introduktion af ny skærebrænder på et skibsværft. Første gang en sådan skærebrænder købes, skal den (eller flere) arbejder(e) oplæres i at bruge den. Går skærebrænderen i stykker/nedslides, er det ikke nødvendigt at ofre installationsomkostningerne igen, da arbejderne allerede har lært at betjene den..

Ad 2) Nyt udtryk for investeringsfunktionen

Anvend det nye udtryk: (34) i (7) sammen med (8) og (35) i (2):

$$V_t = (1 + r + \epsilon)^{-1} \left[\Pi_t^e - I_t - \frac{a}{\eta + 1} (I_t - \delta K_t)_t^{\eta+1} + q_t (K_t + I_t - \delta K_t) \right]. \quad (\text{C})$$

Den repræsentative virksomhed maksimerer derefter (C) mht. I_t , mens q_t tages for givent. Dette giver førsteordensbetingelsen

$$\frac{\partial V_t}{\partial I_t} = 0 \Rightarrow -1 - a(I_t - \delta K_t)^\eta + q_t = 0,$$

hvilket resulterer i den nye investeringsfunktion

$$I_t = \left(\frac{q_t - 1}{a} \right)^{1/\eta} + \delta K_t. \quad (\text{D})$$

Stadig samme forklaring som i spm. 1, nu tages blot højde for at kapitalen afskrives med raten δ .

In a stationary economy with no long-run growth, a long-run equilibrium requires the capital stock to be constant over time. In such a situation where net investment is zero there is no need for firms to retain any part of their net profit. Hence all net profits will be paid out as dividends. According to Eq. (15) in the text, this implies $q_t = (\Pi_t/K_t)/(r+\epsilon)$.

Spørgsmål 3

Ad 1) Forholdet mellem markedsværdi (V_t) og genkøbsværdi af kapital (δK_t) nu?

a) I steady state er investeringsniveauet fast, hvorfor kapitalniveauet er fast, hvorfor vi fra (15) og (D) kan se, at $q^{ss} = 1$. Vi får så steady-state aktie-værdien V^{ss} fra (2)

$$\begin{aligned} V^{ss} &= \frac{D^{e,ss} + V^{ss}}{1 + r + \epsilon}, \quad D^{e,ss} = \Pi^{ss} \\ &\Rightarrow \\ V^{ss} &= \frac{\Pi^{ss}}{r + \epsilon}. \end{aligned} \quad (\text{D})$$

b) Find nu K^{ss} , når vi af (D) ser hvordan $\delta K^{ss} = I^{ss}$. Af (15) får vi

$$\begin{aligned} \frac{\Pi^{ss}}{K^{ss}} &= r + \epsilon \\ &\Leftrightarrow \\ K^{ss} &= \frac{\Pi^{ss}}{r + \epsilon}. \end{aligned}$$

c) Kombinér nu a) og b) til

$$\frac{V^{ss}}{\delta K^{ss}} = \frac{1}{\delta}.$$

I steady state er forholdet mellem aktieværdien og genkøbsværdien af kapitalen altså en fast andel, netop den inverse af raten hvormed kapitalen forgår.

Ad 2) Fra (15) ses, at

$$\frac{\Pi^{ss}}{K^{ss}} = r + \epsilon.$$

Heraf ses, at afkastgraden netop er lig det krævede afkast på aktien.

Opgave 14.A - Hjemmeopgave 1

Ligningsnummering med et tal følger opgaveformuleringen, mens ligningsnummerering med et bogstav er ligninger *statet* eller udledt som en del af besvarelsen på opgave.

Introduktion

Boliginvestering målt som faktiske opførsel antages at følge

$$I^H = A \cdot X^\beta, \quad A \in \mathbb{R}_+, \quad \beta \in (0, 1), \quad (1)$$

hvor A og β er parametre for hhv. produktiviteten (eller teknologiniveauet) og for effekten af input X . Det bemærkes straks hvorledes denne formulering antager, at boliginvesteringen oplever aftagende skalaafkast. Input X består af arbejdskraft, L , og materialer, Q , antaget værende perfekte komplementær ved

$$X = \min \left[\frac{1}{a}L, \frac{1}{b}Q \right], \quad a, b \in \mathbb{R}_+. \quad (2)$$

Sidst lades p^H være prisen for en enhed bolig, W være lønnen for en enhed arbejdskraft og p^Q være prisen for en enhed materialer. Bemærk hvordan betegnelsen 'en enhed' er en anden måde at sammenligne de tre goder vi har i denne partielle model. Vi normerer altså i forhold til goderne og ikke i forhold til prisen. Alternativt skulle man sammenligne i økonomien via et fast beløb, som da ville give forskellige mængder af goderne, men til samme pris...

Spørgsmål 1

Vi argumenterer for at prisen på én enhed af input X er givet ved

$$P = aW + bp^Q. \quad (3)$$

Jævnfør funktionen for 'kvaliteten' af inputtet X , i (2), til boligproduktionen ser vi umiddelbart, at for et givent arbejdsinput, vil det være optimalt med en mængde materialer således, at

$$Q = \frac{b}{a}L. \quad (A)$$

Eksempel: Lod vi $L = a$ ville det give $X = \min [1, b^{-1}Q]$. Er nu $Q > b \Rightarrow b^{-1}Q > 1$, men X vil stadig være lig 1. Derfor kan det ikke betale sig, at have mere Q end, at $X = 1$. Var nu $Q < b \Rightarrow b^{-1}Q < 1$, hvorfor $X = b^{-1}Q < 1 = a^{-1}L$, hvilket ville gøre valget af

L uoptimalt. Den optimale mængde af arbejdskraft eller materialer bliver da således, at (A) er opfyldt.

Ønsker vi nu at finde en kombination af de to goder L og Q således at $X = 1$ må dette netop gælde når

$$\begin{aligned} L &= a, \\ Q &= b. \end{aligned} \tag{B}$$

Heraf følger klart ved priserne givet i introduktionen, at prisen for én enhed input, X , til boliginvesteringen netop er givet ved (3).

Spørgsmål 2

Det repræsentative boligselskab må antages at være profitmaksimerende i et marked med (næsten) fuldstændig konkurrence på både input og outputsiden.¹ Hermed bliver virksomhedens problem det at maksimere indtægten ved boliginvestering og minimere omkostningerne ved køb af materialer og arbejdskraft.

Opskriv da den klassiske profitfunktion

$$\Pi = \underbrace{p^H I^H}_{R(I^H)} - \underbrace{PX}_{c(I^H)}. \tag{4}$$

Virksomheden ønsker da at maksimere (4) under bibetingelsen (dvs. produktionsteknologien) givet i (1).

Vi løser dette problem ved at substituere bibetingelsen ind i vores målfunktion, (4), således, at profitten alene bliver en funktion af investeringen

$$\max_{I^H} \Pi(I^H) = p^H I^H - P \left(A^{-1} I^H \right)^{1/\beta}. \tag{C}$$

Førsteordensbetingelsen for maksimum giver

$$\frac{\partial \Pi}{\partial I^H} = 0 \Rightarrow \underbrace{p^H}_{MR} = \underbrace{\frac{1}{\beta} P A^{-1} \left(A^{-1} I^H \right)^{\frac{1-\beta}{\beta}}}_{MC} \tag{D}$$

$\Leftrightarrow$

$$\left(A^{-1} I^H \right)^{\frac{1-\beta}{\beta}} = \beta A \frac{p^H}{P}$$

$\Leftrightarrow$

$$I^H = \beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} A^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{p^H}{P} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}. \tag{5}$$

¹Alternativt: Repræsentative virksomhed skal opleve, at det ikke besidder *markedskræft*, dvs. ej har indflydelse på priserne på hverken materialer og løn eller på boligprisen.

Udtrykket i (5) viser således hvordan boliginvesteringen for den repræsentative virksomhed øges når den relative pris på boliger i forhold til prisen på at bygge boliger stiger. Det fremgår også hvordan priselasticiteten øges med effektiviteten af input til boliginvesteringen.² Dette resultat følger tobins-q teorien for erhvervsinvestering, når den relative gevinst af investeringen stiger giver det da et større incitament til at placere sine midler i denne investering, hvormed investeringen stiger.

Spørgsmål 3

Antagelsen om faldende skalaafkast kan tilskrives, at vi nu arbejder med en kortsigts økonomi. Dette ses direkte af modellen via (D), hvor de marginale omkostninger er stigende i boliginvesteringen: $\frac{\partial MC}{\partial I^H} > 0$ for $\beta < 1$.

En heuristisk forklaring kunne være følgende:

- Der er en fast mængde goder til inputmængden, X , til rådighed for den repræsentative virksomhed til et givent tidspunkt. I grænsen vil virksomheden derfor opleve, at den ekstra boliginvestering sker med (tilnærmelsesvis) dårligere materialer, langsommere arbejdere eller lignende.
Skulle kvaliteten af arbejderne (og materialer) være ens kunne da blot antages, at udbuddet var fast, hvorfor prisen ville øges som følge af den større efterspørgsel. Dette er netop tilfældet på den korte bane.
- Alternativt kunne man opfatte det faldende skalaafkast som en indirekte *installationsomkostning* (se opgave 14.2). Hermed vil en del af inputinvesteringen gå tabt som årsag af eksempelvis efteruddannelse til arbejderne, sikkerhedskurser eller andet.
- Sidst kunne man også smide den klassiske forklaring om, at udtrykket i (1) netop ikke dækker over hvilke *faste* omkostninger som skal tages med, dvs. argumentet om lagerhaller mv. I boligbranchen kunne argumentet tages i forhold til køb af grunde, begrænsning på højdebegrænsning på etagebebyggelse mv.

Vi får nu opgivet en nyttefunktion for den repræsentative forbruger samt dennes budgetbetingelse

$$U = H^\eta C^{1-\eta}, \quad \eta \in (0, 1), \quad (6)$$

$$C + (r + \delta)p^H H = Y, \quad (7)$$

²Find elasticiteten ved potensen til p^H/P eller ved en log-transformation og differentiér mht. p^H/P . Da $\beta \in (0, 1)$ ses klart, hvordan denne elasticitet netop går mod en for β gående mod en.

hvor notationen følger den konventionelle.

Spørgsmål 4

Ad 1) Budgetbetingelsen

Forbrugeren har indkomsten Y , ses som disponibel indkomst, der bruges på bolig og alt muligt andet. Variablen C repræsenterer da alle andre varige og ikke-varige forbrugsgoder, som den repræsentative forbruger kan købe. Heraf kunne også lægge en form for opsparing, selvom vi ikke betragter agentens præferencer intertemporalt. Det vigtige i udtrykket (7) er, at vi lader omkostningerne til bolig være givet ved dels de tabte renteindtægter (opportunity cost), r , og dels den vedligeholdelse der må skulle ofres for at boligen bibeverer sin reale værdi, δ .

Ad 2) Egenfinansiering eller lån til hus?

Antag perfekte kapitalmarkeder, så den rente låntager og långiver møder, er ens. Hermed bliver den faktiske finansiering af boligen irrelevant, da vi fokuserer på de økonomiske omkostninger ved at eje/leje (=forbruge) en bolig. Udtrykket $(r + \delta)p^H$ bliver dermed *forbrugsomkostningen* (user-cost) for boligen.

Ad 3) H i (6)

Formelt kunne man forestille sig, at forbrugeren får nytte af den *service* boligen giver og ikke på *mængden* af bolig. Ved at lade boligmængden indtræde i (6) antager vi dermed (implicit) at mere bolig giver en højere boligservice.

Antag at boligservicen er C^H givet ved $C^H = \theta H$, hvormed nyttefunktionen ville blive

$$\tilde{U} = (C^H)^\eta C^{1-\eta} = \theta^\eta H^\eta C^{1-\eta},$$

hvilket blot ville skalere nytten, ift. U , med en konstant. Forbrugers adfærd ændres dermed ikke.

Spørgsmål 5

Løsning til forbrugers nyttemaksimeringsproblem.

Der findes tre fremgangsmåder

1. Lagrange
2. Substitutionsmetoden (reducerer til maksimering med kun én variabel)
3. Generelle løsning til nyttemaksimeringsproblem med CD nyttefunktion og 'simpel' bibetingelse

Alle fremgangsmåder *skal* kunnes! Her løbes hurtigt igennem den sidste (den generelle løsning er bevist tidligere): Prisen for alt andet forbrug end bolig er sat lig én, relative pris for bolig er da $(r+\delta)p^H$ (som diskuteret ovenfor). Den relative vægt på bolig i forhold til alt andet forbrug, se (6), er η . Den disponible indkomst/budgetmængden er Y . Den generelle løsning følger da af relative vægt over relative pris gange budgetmængden:

$$H^d = \frac{\eta}{(r+\delta)p^H} Y. \quad (8)$$

Spørgsmål 6

Find ligevægtspris (p^H) og mængde (I^H).

Ad 1) Prisen

I ligevægt må det netop være sådan, at udbud og efterspørgsel møder hinanden. Da boligudbuddet er fast må boligprisen tilpasse 'sig' for at opnå $H^d = H$. Vi anvender dette i (8) til at finde

$$p^H = \frac{\eta}{(r+\delta)H} Y. \quad (9)$$

Ad 2) Mængden

Vi kan nu anvende, at den repræsentative virksomhed tager boligprisen p^H for givet i løsning af sit maksimeringsproblem. Resultatet i (9) kan nu direkte sættes ind i (5), hvilket giver

$$I^H = \beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} A^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{\eta Y}{(r+\delta)PH} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}. \quad (10)$$

Spørgsmål 7

Diskutér intuitivt Y , H og r på I^H .

- Y : En højere disponibel indkomst øger forbrugers efterspørgsel efter bolig og andre forbrugsgoder, se (6). Da alle forbrugere oplever den samme stigning i disponibel indkomst (vi beskriver kun den repræsentative) medfører dette en stigning i ligevægtsboligprisen, se (9). En øget ligevægtspris på boligforbrug øger dermed det relative afkast af boliginvesteringer, se (5), hvorfor boliginvesteringen (for det repræsentative boligselskab) vil stige.

Bemærk: Vi har ikke antaget nogen sammenhæng mellem lønnen til arbejderne, W , og den repræsentative forbrugers disponible indkomst, Y , hvorfor netop en øget disponibel indkomst ikke sker som følge af lønstigning (her). Overvej selv hvordan en stigning i disponibel indkomst ville påvirke boliginvesteringerne, hvis dette netop kom af højere lønninger.

- H: En større boligmængde giver, via (9), at ligevægtsprisen på boligforbrug falder. Dette følger direkte af antagelsen om relative værdier af et gode afhængigt af dennes mængden i forhold til alternativerne.
- r: En højere rente, dvs. opportunity cost, øger prisen af boligforbrug, hvilket gør sig til udtryk i en faldende efterspørgsel og dermed ligevægtspris, se (8) og (9), hvilket giver et mindre relativt afkast på boliginvestering. Dette medfører, se (10), at boliginvesteringen for det repræsentative boligselskab falder.

Matematisk *skal* disse udregninger kunnes (bemærk log-transformation, da kun fortegn er af interesse):

$$\begin{aligned}\frac{\partial \log I^H}{\partial Y} &= \frac{\beta}{1 - \beta} > 0 \\ \frac{\partial \log I^H}{\partial H} &= -\frac{\beta}{1 - \beta} H^{-1} < 0 \\ \frac{\partial \log I^H}{\partial r} &= -\frac{\beta}{1 - \beta} (r + \delta)^{-1} < 0\end{aligned}$$

Opgave 15.A - Privat forbrug og Ricardiansk Ækvi-valens

Introduktion

Agentens nyttemaksimeringsproblem er

$$\max_{C_1, C_2} \quad U = u(C_1) + \frac{1}{1+\phi} u(C_2), \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad C_1 + \frac{1}{1+r} C_2 = Y_1^L - T_1 + \frac{1}{1+r} (Y_2^L - T_2) + V_1. \quad (2)$$

Diskussion af ligningerne

ϕ viser utålmodighedsfaktoren for agenten, hvormed udtrykket $\frac{1}{1+\phi} < 1$ bliver agentens (subjektive) diskonteringsrate af nytte. Ligning (1) viser, at agenten ønsker at maksimere sin livstidsnytte mht. livstidsforbrug. Forbrug imellem perioder optræder som substitutter. En realistisk nytte funktion må opleve $u' > 0$ og $u'' < 0$ (overvej selv hvorfor!). Heraf ses, at løsningen til agentens nyttemaksimeringsproblem må resultere i forbrug i begge periode (vi har en indre løsning), hvor forholdet kommer til at afhænge af den subjektive diskonteringsrate og det relative prisforhold, som fremgår af (2).

Ligning (2) viser agentens intertemporale budgetbetingelse. Vi har standarddefinitionen, at nutidsværdien af livstidsforbruget må være lig NV af livstidsindkomsten. Indkomsten kommer fra finansiel (initial) formue V_1 og 'human formue' (eller human kapital), dvs. mulig arbejdsnettoindkomst. Der antages hermed, at den repræsentative agent er vidende om sin lønindkomst hele livet. Diskonteringsraten, $\frac{1}{1+r}$, afhænger af realrenten på det finansielle marked. Der antages hermed perfekte kapitalmarkeder, hvorved ud- og indlånsrenten bliver ens og netop lig realrenten.

Det bemærkes straks, at agenten opkræves en *lump sum* skat. Skatten forvrider dermed ikke incitamentsstrukturen.

Efterspørgslen

Når agenten har CES-præferencen (overvej hvad det betyder!), $u(C_i) = \frac{\sigma}{\sigma-1} C_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$, indses først, at efterspørgslen i en given periode vil være en konstant andel af livstidsbudgettet. Dette kommer netop af, at agenten oplever en konstant substitutionselasticitet (her CES: 'Constants Elasticity of Substitution') i efterspørgsel mellem perioder.

Isolér C_2 i (2), $C_2 = (1+r) \left(Y_1^L - T_1 + \frac{1}{1+r} (Y_2^L - T_2) + V_1 - C_1 \right)$, indsæt i (1) og differentiér mht. C_1 . Herved fås førsteordens betingelsen (FOC) $\frac{\partial U}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow C_1^{-\frac{1}{\sigma}} - (1+r) C_2^{-\frac{1}{\sigma}} =$

0. Anvend C_2 og isolér for C_1 , hvilket ses at give (3).

$$C_1 = \theta \left(Y_1^L - T_1 + \frac{1}{1+r}(Y_2^L - T_2) + V_1 \right), \quad \theta \equiv \frac{1}{1 + (1+r)^{\sigma-1}(1+\phi)^{-\sigma}}. \quad (3)$$

Forbruget i periode 1 er dermed en fast andel af livstidsindkomsten $M \equiv Y_1^L - T_1 + \frac{1}{1+r}(Y_2^L - T_2) + V_1$. Analogt ses det hurtigt, at forbruget i periode 2 bliver $C_2 = (1 - \theta)(1+r)M$.

Parameteren θ fortolkes som den *marginale forbrugstilbøjelighed*.

Spørgsmål 1 - Midlertidig skattestigning

$T_1 \uparrow$ men $\Delta T_2 = 0$ giver

$$\frac{\partial C_1}{\partial T_1} = -\theta \in (-1, 0). \quad (4)$$

Pga. forbrugsudjævning (grundet CES-præferencen) overføres en del af skattestigningen på forbruget i periode 2. Dette sker gennem mindre opsparing (alt. gældssætning) i periode 1, hvormed faldet i periode 1's forbrug er *mindre* en faldet i indkomst i periode 1.

Skattestigningen opleves som et fald i livstidsindkomst. Fordeling af forbrugsfaldet følger fordelingen af forbruget over de to perioder. Agent forbrugsudjævner så ('real') marginalnytte af forbrug er ens i begge perioder. Dette kan også direkte udledes fra FOC ved

$$\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = \frac{1+r}{1+\phi}, \quad (A)$$

som viser, at forholdet mellem marginalnytte af forbrug (her relative forbrugstilbøjelighed) er lig det relative bytteforhold i nytte.

Ønsker agenten det største forbrug i periode 1 (dvs. $\theta > 0.5$) falder forbruget mest i periode 1 ved en skattestigning. Dette kommer af aftagende marginalnytte af forbrug, hvorfor indkomstelasticiteten af forbrug bliver størst for periode 1.

Forbrugsfaldet i periode to (husk, at vi måler periode 2 forbrugi periode 2 priser) bliver

$$\frac{\partial C_2}{\partial T_1} = (1+r)(1-\theta). \quad (B)$$

Det ses hurtigt, at det samlede NV forbrugsfald summer netop til én.

Spørgsmål 2 - Permanent skattestigning

Ad 1)

$\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T$. Notationsmæssigt lader vi da $T_1 = T_1(T)$ og $T_2 = T_2(T)$, hvormed vi finder

$$\begin{aligned}\frac{\partial C_1}{\partial T} &= -\theta \frac{\partial T_1}{\partial T} - \frac{1}{1+r} \theta \frac{\partial T_2}{\partial T} \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_1}{\partial T} &= -\theta \left(1 + \frac{1}{1+r}\right).\end{aligned}\tag{5}$$

Nu ej muligt, at udjævne indkomstfaldet over de to perioder, hvorfor agenten oplever et større forbrugsfald med den permanente skattestigning. Faldet i forbruget bliver da netop den periode 1's forbrugsandel af NV af indkomstfaldet. Periode 2 fald i disponibel indkomst målt i periode 1 værdi, er $(1+r)^{-1}$, hvorfor forbruget i periode 1 falder yderligere $\theta(1+r)^{-1}$ ift. faldet ved den midlertidige skattestigning.

Analogt til spørgsmål 1 får vi, at forbrugsfaldet i periode 2 bliver

$$\frac{\partial C_2}{\partial T} = -(1+r)\theta \left(1 + \frac{1}{1+r}\right).\tag{C}$$

Ad 2)

Er agentens utålmodighedsfaktor netop lig renten på det finansielle marked, $\phi = r^3$, får vi fra (5)

$$\begin{aligned}\frac{\partial C_1}{\partial T} &= -\frac{1}{1+(1+r)^{\sigma-1}(1+\phi)^{-\sigma}} \left(1 + \frac{1}{1+r}\right) \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_1}{\partial T} &= -\frac{1}{1+(1+r)^{\sigma-1}(1+r)^{-\sigma}} \frac{2+r}{1+r} \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_1}{\partial T} &= -\frac{1}{1+(1+r)^{-1}} \frac{2+r}{1+r} \\ &\Leftrightarrow\end{aligned}$$

³Man kunne overveje hvorvidt denne sammenhæng burde gælde altid, når vi arbejder med en repræsentativ agent for forbrugeren. Dog kunne det tænkes ikke at være tilfældet (pga. kreditrationering m.m.). Konceptet omkring lån i en symmetrisk model med repræsentative agenter er dog interessant at fundere lidt over.

$$\begin{aligned}\frac{\partial C_1}{\partial T} &= -\frac{1+r}{2+r} \frac{2+r}{1+r} \\ \Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_1}{\partial T} &= -1.\end{aligned}\tag{D}$$

En permanent skattestigning mindsker således forbruget med forholdet en-til-en. Dette kommer netop af, at når $\phi = r$ ønkser agenten det samme (reale) forbrug i begge perioder, $C_1 = C_2 = \frac{1+r}{2+r}M$.

Spørgsmål 3 - Nu kommer staten

Vi finder statens IBC ved at opskrive forbrug og indtægt i statens levetid.

• Periode 1

- Udgifter: Startgæld D_1 , offentligt forbrug G_1
- Indtægter: Skat T_1 , slutgæld $\frac{1}{1+r}D_2$ (målt primo periode).

$$\frac{1}{1+r}D_2 + T_1 = D_1 + G_1.\tag{E}$$

• Periode 2

- Udgifter: Startgæld D_2 , offentligt forbrug G_2
- Indtægter: Skat T_2 , ingen slutgæld dvs. $D_3 \equiv 0$.

$$T_2 = D_2 + G_2.\tag{F}$$

Kombinér nu (E) og (F), via gælden D_2 , og få statens intertemporale budgetbetingelse (IBC)

$$D_1 + G_1 + \frac{1}{1+r}G_2 = T_1 + \frac{1}{1+r}T_2.\tag{6}$$

Ligning (6) fortæller således, at staten balancerer sit budget når NV af forbrug (VS) er lig NV af indtægt (HS).

Balanceret budget

Ingen slutgæld, $D_3 \equiv 0$, viser et *tilstrækkeligt* krav for stabil finanspolitik. Herved sikres, at staten ej finansierer forbrug ved blot at optage (yderligere) gæld til at afbetale den gamle gæld.

Heuristisk bevis. Modellen er et *lukket* system, dvs. der findes ikke 'gratis penge'. Penge forbrugt må skulle tjenes og stiftet gæld må skulle betales tilbage. Dette skal som *minimum* foregå i sidste periode, staten kan dermed ikke slutte med gæld, ergo må $D_3 \equiv 0$. $\square$

Spørgsmål 4 - Fuldt finansieret skatteændring

Stat annoncerer fuldt finansieret (dvs. $\Delta G_1 = \Delta G_2 = 0$) skatteændring i periode 1. Agenter indser, at dette må medføre netop modsat skatteændring (i NV værdi) i periode 2.

Formel udledning

Se dette ved først at notere, at $T_2 = T_2(T_1)$. Vi får da at en skatteændring i periode 1, når IBC skal være konstant, medfører

$$\begin{aligned} 0 &= 1 + \frac{1}{1+r} \frac{\partial T_2}{\partial T_1} \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\partial T_2}{\partial T_1} &= -(1+r). \end{aligned} \tag{G}$$

Med samme udgangspunkt som i udledningen af ligning (5) på side 19 ser vi, at

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_1}{\partial T_1} &= -\theta - \frac{1}{1+r} \theta - (1+r) \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_1}{\partial T_1} &= -\theta + \theta \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_1}{\partial T_1} &= 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Intuition

Indser agenten, at statens skatteændring i periode 1 medfører en modsatrettet ændring i periode 2 (mål i nutidskroner), indser agenten også, at dette ikke betyder en ændring i agentens livstidsindkomst. Pga. perfekte kapitalmarkeder har det ingen betydning for agentens livstidsindkomst, hvorvidt den samme (real) løn tjenes i periode 1 eller 2, hvorfor agenten ikke ændrer adfærd som følge af den fuldt finansierede midlertidige skatteændring.

Dette resultat kaldes *Ricardiansk Ækvivalens*.

Spørgsmål 5 - RÆ i praksis

Et par grunde til, at RÆ ikke (nødvendigvis) holder i praksis:

- Kreditrationering
- Progressiv beskatning istedet for niveau-beskatning (lump sum)
 - En progressiv beskatning er 'incitamentforvridende'
 - Skattesatsændringer påvirker derved marginalnytte af arbejde og dermed den relative pris på forbrug
- Agenten kan ej gennemskue statens IBC
- Ej perfekte kapitalmarkeder ($r^{stat} \neq r^{agent}$)
- Forskel mellem repræsentativ individ og den enkelte agent.
 - Intragenerationel forskel kan give aggregeret ændring
 - Skat er omfordelende og med forskellige skatteydere, kan agenter opleve forskel i off. service
- Tidshorisont mellem stat og individ er forskellig
 - Angriber antagelse om to perioder
- Myopiske agenter
 - Har uendelig høj utålmodighedsfaktor: $\phi \rightarrow \infty$

Opgave 15.1 - Important concepts and results in the theory of private consumption

Spørgsmål 1

Ad 1) *Definitionen på formue, herunder 'human wealth'*

I økonomiske termer må *totale private formue* bestå af

- Finansiell formue, arv, børneopsparing mv., V_t
- 'Arbejdsformue', dvs. NPV af fremtidig lønindkomst, H_t .

Netop den sidste er interessant.

Forestil at agentens arbejdsmæssige evner vurderes som et aktiv, på linie med en anlægsinvestering i en virksomhed. Denne investering opskriver balancen og bidrager til virksomhedens værdi (via forventet fremtidig CF og værdi af anlægget). På samme måde, må agentens *human kapital* bidrage til dennes *økonomiske* formue gennem forventet fremtidig løn.

Til et givent tidspunkt vil agentens samlede private formue være summen af finansielle formue, V_t , og human kapital, H_t . Det følger heraf, at des nærmere vi er på slutningen af agentens liv, des mindre vil H_t være, hvorfor enten forbruget må være mindre, eller der må være akkumuleret en større finansiell formue, V_t .

Ad 2) *Faktorer der bestemmer forbrugstilbøjeligheden af nuværende rigdom*

Siderne 421-433 leder frem til efterspørgselsfunktionen efter forbrug til tidspunkt t :

$$C_t = \theta(V_t + H_t), \quad \theta \equiv \frac{1}{1 + (1+r)^{\sigma-1}(1+\phi)^{-\sigma}} \in (0, 1). \quad (17)$$

Heraf fremgår hvordan agenten (med CES-præferencer) vil forbruge en konstant *andel* af sin private formue til et givent tidspunkt.

- $\phi \uparrow \Rightarrow C_t \uparrow$: Større utålmodighed øger nytten af forbrug i dag ift. i morgen, hvorfor forbrugsandelen af den private formue stiger.
- $r \uparrow \Rightarrow C_t ?$: En højere rente øger relative pris på forbrug i dag, men øger samtidig formuen.

Effekten afhænger derfor af den *intertemporale substitutionselasticitet*:

1. For $\sigma < 1 \Rightarrow C_t \uparrow$: Indkomsteffekten (via mindre opsparing)⁴ dominerer
2. For $\sigma > 1 \Rightarrow C_t \downarrow$: Substitutionseffekten (af dyrere forbrug i dag) dominerer.

⁴Ved en højere r kan agenten øge sit nuværende forbrug, med fast fremtidigt forbrug, da en mindre (nominel) opsparing er nødvendig, for at opnå samme fremtidig formue.

Spørgsmål 2

De underliggende antagelser, vurder vigtighed og udfordringer.

Underliggende antagelser

1. Agent er *fremadskuende*, dvs. løser intertemporal nyttemaksimering
Heraf: Agent slutter uden gæld dvs. yderligere har *perfekt forudseenhed*
2. Perfekte kapitalmarkeder
3. Konstant intertemporal substitutionselasticitet
4. To perioder i agentens levetid

Udfordringer for disse antagelser

1. Visse agenter kunne være *myopiske*
Simpelthen leve fra 'hånd til mund'. Diskussion om rationelle agenter.
2. Kreditrationering
3. Vanedannelse
4. Husholdninger med 'uendelig' levetid (OLG)

Spørgsmål 3

Irrationelt at bruge al indkomst med det samme?

Er agent *myopisk*, dvs. forbruger al formue/indkomst med det samme, kunne det være et tegn på irrationel adfærd.

Dog ville det for en rationel agent være fornuftigt at forbruge al formue, hvis $\theta = 1$. Se fra (17), at dette er grænsetilfældet for

- $\phi \rightarrow \infty$, dvs. uendeligt utålmodig agent, og
- $r \rightarrow \infty$ for $\sigma < 1$, dvs. for agent med kreditrationering.

Spørgsmål 4

Ad 1) og 2) Hvorfor $r \uparrow$ har modsatrettende effekter på forbrugstilbøjeligheden som afhænger af σ .

Se delspørgsmål 1 .

Ad 3) *Det mest sandsynlige når $r \uparrow$*

I delspørgsmål 1 diskuteres renteændringens effekt på forbrugstilbøjeligheden og ikke på selve forbruget. Vi må huske, at $r \uparrow$ sænker nutidsværdi af fremtidig lønindtægt, samtidig med at nuværende finansielle formue falder i værdi, $r \uparrow \Rightarrow Y \equiv V + H \downarrow$. Uanset hvordan renten påvirker forbrugstilbøjeligheden, falder agentens disponible livstidsindkomst/-formue.

Dette giver, at den gængs opfattelse af en rentestigning bliver, at forbruget må falde.

Spørgsmål 5

Ad 1) *Inkonsistens mellem gns. forbrugstilbøjelighed og indkomst på mikro og makro data*

- På **mikroniveau** observeres, via paneldata, at folk med høj indkomst har lav gennemsnitlig forbrugstilbøjelighed, mens folk med lav indkomst har en relativt højere forbrugstilbøjelighed.
- På **makroniveau** observeres, via tidsseriedata, at den gennemsnitlige forbrugstilbøjelighed er (nogenlunde) konstant.

Ad 2) *En teoretisk forklaring*

Med udgangspunkt i ligning (17) og definitionen

$$H_t = Y_t^d \equiv Y_t^L - T_t,$$

udledes

- på **mikroniveau** et udtryk for den gennemsnitlige forbrugstilbøjelighed

$$C_1 = \hat{\theta} Y_1^d, \tag{19}$$

$$\hat{\theta} \equiv \theta \left(1 + \frac{R}{1+r} + v_1 \right), \quad R \equiv \frac{Y_2^d}{Y_1^d}, \quad v_1 \equiv \frac{V_1}{Y_1^d}. \tag{20}$$

Det ses heraf, på individniveau, at med en *midlertidig* indkomststigning vil indkomstforholdet R være lavt, hvorfor den gennemsnitlige forbrugstilbøjelighed vil være lav.

- En forbrugsudjævnen agent vil med en midlertidig indkomstændring ikke ændre sit *reale* forbrug (voldsomt), hvorfor det *relative* forbrug (ift. indkomst) da vil svinge.

- Modigliani og Brumberg om *life cycle theory of consumption*
- Friedman om *permanent income hypothesis*
- på Makroniveau anvendes, at
 - vækstraten i realindkomst er fast, $Y_2^d \equiv (1 + g)Y_1^d$, og
 - forholdet mellem formue og indkomst er fast, $v_1 \equiv V_1/Y_1^d$.
- Dette giver fra (20):

$$\hat{\theta} = 1 + \frac{1 + g}{1 + r} + v_1, \quad (21)$$

hvormed det fremgår, at den gennemsnitlige forbrugstilbøjelighed må være konstant.

Spørgsmål 6

Ad 1) *Sammenhæng mellem agentens og statens IBC*

Først må understreges, at vi nu snakker *repræsentative* agent og dermed per capita størrelser.

Den repræsentative agent er underlagt, at samlet livsforbrug ikke overstiger private formue

$$C_1 + \frac{1}{1 + r}C_2 = V_1 + (Y_1^L - T_1) + \frac{1}{1 + r}(Y_2^L - T_2). \quad (A)$$

Staten (i per capita term) er på samme måde underlagt, at samlet forbrug ikke kan overstige primo gæld og NV af indtægt

$$G_1 + \frac{1}{1 + r}G_2 = D_1 + T_1 + \frac{1}{1 + r}T_2, \quad (B)$$

hvor det bemærkes, at skat antages *lump-sum* og realrenten er ens for stat og agent.

Kombinér nu (A) og (B), via skattebetalingerne, til at få

$$C_1 + \frac{1}{1 + r}C_2 = V_1 - D_1 + (Y_1^L - G_1) + \frac{1}{1 + r}(Y_2^L - G_2). \quad (C)$$

Ad 2) *Sammenhæng mellem privat og offentligt forbrug*

Fra (C) ses tydeligt, hvordan et større offentligt forbrug giver et fald i private ditto, såfremt det offentlige forbrug ikke påvirker agentens indkomst. Offentligt forbrug vil derfor medføre en *crowding out* af privat forbrug.

Det bemærkes derfor at påvirker det offentlige forbrug (positivt) den repræsentative agents indkomst, ville et højere offentligt forbrug øge det samlede forbrug i økonomien, og vice versa for $\frac{\partial G}{\partial Y^L} < 0$.

Opgave 15.2 - The consumption function with endogenous labour supply

Introduktion

Vi får opgjort følgende ligninger

$$V_2 = (1+r)[V_1 + \overbrace{w(1-\tau)}^{\text{potentiell lønindkomst}} h - C_1], \quad h \in (0, 1) \quad (33)$$

$$C_2 = V_2, \quad (34)$$

$$U = \ln C_1 + \beta \ln(1-h) + \frac{\ln C_2}{1+\phi}. \quad (35)$$

Spørgsmål 1

Ad 1) *Udled og fortolk agentens IBC*

IBC: livstidsforbrug = livstidsindkomst, så kombinér (33) og (34)

$$C_1 + \frac{1}{1+r}C_2 = V_1 + w(1-\tau)h. \quad (A)$$

Livstidsforbrug afhænger således af initial formue samt faktiske lønindkomst.

Ad 2) *Livstidsforbrug afhænger af faktisk eller potentiel indkomst*

Omskriv først (A) til

$$C_1 + \frac{1}{1+r}C_2 + w(1-\tau)(1-h) = V_1 + w(1-\tau). \quad (B)$$

VS inkluderer nu også fritid via $w(1-\tau)(1-h)$.

Bemærk (Livstidsindkomst). Af (B) fremgår, at livstidsforbrug med økonomiske værdi af fritid er betinget af initial formue samt potentiel livstids lønindkomst.

Spørgsmål 2

Ad 1) *Omskriv (35) og eliminér C_2*

Lad $F \equiv 1-h$ være fritid, isolér C_2 i (B) og indsæt i (35)

$$U = \ln C_1 + \beta \ln F + \frac{\ln(1+r)}{1+\phi} + \frac{1}{1+\phi} \ln [V_1 + w(1-\tau) - C_1 - w(1-\tau)F]. \quad (C)$$

Ad 2) *Løs nyttemax problemet*

Agenten skal løse problemet

$$\max_{C_1, F}(\mathbf{C})$$

(Bemærk hvordan der er substitueret ind fra budgetbetingelsen, for at simplificere problemet.)

Find FOC:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{1}{1+\phi} \frac{1}{C_2}, \quad (\text{D})$$

$$\frac{\partial U}{\partial F} = 0 \Rightarrow \frac{\beta}{F} = \frac{w(1-\tau)}{1+\phi} \frac{1}{C_2}. \quad (\text{E})$$

Substituer nu (D) ind i (E) og få

$$F = \frac{\beta C_1}{w(1-\tau)}, \quad (37)$$

som da udnyttes i udtrykket for C_2 i (D), så

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} &= \frac{1}{1+\phi} \frac{1}{V_1 + w(1-\tau) - C_1 - \beta C_1} \\ &\Leftrightarrow \\ (1+\phi)[V_1 + w(1-\tau)] &= [1 + (1+\phi)(1+\beta)]C_1 \\ &\Leftrightarrow \\ C_1 &= \hat{\theta}[V_1 + w(1-\tau)], \end{aligned} \quad (36)$$

$$\hat{\theta} \equiv \frac{1+\phi}{1 + (1+\phi)(1+\beta)} \in (0, 1). \quad (36')$$

Ad 3) Sammenlign med (17) i PBS

$$C_1 = \theta(V_1 + H_1), \quad \theta \equiv \frac{1}{1 + (1+r)^{\sigma-1}(1+\phi)^{-\sigma}} \in (0, 1). \quad (17)$$

Forskellen mellem (17) og (36) ligger i, at (36) viser, at forbrug afhænger af finansiell formue og *potentiell* lønindkomst, $w(1-\tau)$. Ligning (17) viser derimod, at forbruget afhænger af *faktiske* lønindkomst, H_1 .

Bemærk. Når agenten selv vælger sit arbejdsudbud, dvs. lønindkomsten endogeniseres, afhænger efterspørgslen efter forbrug af agentens potentielle livstidsindkomst og ikke blot af dennes faktiske livstidsindkomst (human kapital).

Forbrugstilbøjeligheden ligger stadig mellem nul og én. Dog har realrenten inden indflydelse, da den antagne nyttefunktion, (35), lader $IES \equiv \sigma = 1$. Substitutions- og indkomsteffekten ophæver derfor hinanden.

Parameteren β viser i hvor høj grad agenten værdsætter fritid relativt til forbrug: $\beta \uparrow \Rightarrow \hat{\theta} \downarrow$.

Spørgsmål 3

Ad 1) *Optimale arbejdskraftudbud, h*

Da den optimale mængde fritid fremgår af (37), mens optimale forbrug fremgår af (36) finder vi det optimale arbejdsudbud til

$$h = \frac{\beta\hat{\theta}[V_1 + w(1 - \tau)]}{w(1 - \tau)} - 1 = \beta\hat{\theta} \left[\frac{V_1}{w(1 - \tau)} + 1 \right] - 1. \quad (\text{F})$$

Ad 2) *Hvordan afhænger h af τ*

Matematisk:

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = -\beta\hat{\theta} \frac{V_1}{w} (1 - \tau)^{-2}. \quad (\text{G})$$

Det ses heraf, at der er tre muligheder

1. $\frac{\partial h}{\partial \tau} < 0$ for $V_1 > 0$,
2. $\frac{\partial h}{\partial \tau} = 0$ for $V_1 = 0$,
3. $\frac{\partial h}{\partial \tau} > 0$ for $V_1 < 0$.

Spørgsmål 4

Ønsker at arbejde mere end fagforeningen tillader, $\bar{h} > h$, hvorfor arbejder h og får indkomst $w(1 - \tau)h$.

Find optimale forbrug i periode 1, C_1 .

Da ønsket arbejdsudbud er randløsning, vil agent arbejde h og derved få (eksogene) indkomst $w(1 - \tau)h$. Problemet (C) løses nu kun mht. C_1 (hvor (A) er bibetingelsen):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C_1} = 0 &\Rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{1}{1 + \phi} \frac{1}{V_1 + w(1 - \tau)h - C_1} \\ &\Leftrightarrow \dots \\ C_1 &= \bar{\theta} [V_1 + w(1 - \tau)h], \quad \bar{\theta} \equiv \frac{1 + \phi}{2 + \phi} \in (0, 1) \end{aligned} \quad (\text{H})$$

Det ses hvordan udtrykket i (H) ligner ligning (17) for $\sigma = 1$. Heraf fremgår tillige, at ift. forbrugsefterspørgslen fra ligning (36) optræder den *faktiske* lønindkomst fremfor den *potentielle* lønindkomst. Dette kommer netop af, at arbejdstiden opfattes eksogent for agenten.

Opgave 16.A - The Friedman rule

Introduktion

Lad centralbanken (CB) følge den pengepolitiske regel

$$i = \bar{r} + \pi + \frac{1-\beta}{\beta}(\pi - \mu) + \frac{\eta}{\beta}(y - \bar{y}), \quad (1)$$

hvor μ er væksten i pengemængden, resten af notationen er klassisk. Den aggregerede *likviditetspreference* (dvs. LM-kurven) beskrives (simpelt) ved

$$L(Y, i) = kY^\eta e^{-\beta i}. \quad (2)$$

Vi antager tilmed, at økonomien i forrige periode befandt sig i en langsigts ligevægt (dvs. i steady-state), så

$$\begin{aligned} Y &= \bar{Y}, \\ i &= \bar{i} = \bar{r} + \bar{\pi} = \bar{r} + \mu, \end{aligned} \quad (3)$$

hvor det er værd at huske, at $\ln Y = y$.

For overskuelighedens skyld vises (1) og (2) dermed i ligevægten

$$\bar{i} = \bar{r} + \mu, \quad (A)$$

$$L(\bar{Y}, \bar{i}) = k\bar{Y}^\eta e^{-\beta(\bar{r}+\mu)}. \quad (B)$$

Bemærk. Når vi diskuterer pengepolitik er det utroligt vigtigt, at beslutte sig for hvordan man argumenter for ændringer. Der er to forklaringsmuligheder:

1. CB kontrollerer den nominelle rente, så pengemængden må tilpasse sig for at opnå ligevægt,
2. CB kontrollerer pengemængden, så den nominelle rente tilpasser sig.

Q: Hvordan foregår det i den virkelige verden?

Definition (Vækst i reale pengemængden). Den reale pengemængde er givet ved $M/P = m$, vi får da væksten i samme ved

$$\begin{aligned} \delta_m &= \ln \frac{M}{P} - \ln \frac{M_{-1}}{P_{-1}} = \ln \frac{(1+\mu)M_{-1}}{(1+\pi)P_{-1}} - \ln \frac{M_{-1}}{P_{-1}} \\ &\Leftrightarrow \\ \delta_m &= \ln(1+\mu) - \ln(1+\pi) \cong \mu - \pi \end{aligned} \quad (C)$$

Spørgsmål 1 - π, μ og y på i via (1) (kvalitativt)

Q: Hvor kommer (1) fra?

1. Kort sigt vs langt sigt
 2. Fisher relationen
- $\pi \uparrow \Rightarrow \delta_m \downarrow \Rightarrow i \uparrow$:
 - Mindre vækst i reale pengemængde betyder mindre 'realkasse' til efterspørgerne
 - For at opretholde LV, må efterspørgslen falde
 - Dette sker via en (nominel) rentestigning
 - $\mu \uparrow \Rightarrow i?$:
 - Højere inflation i st.st.
 - Negativt inflationsgab nu, effekt på i afhængig af β , da $\mu \uparrow$ har to effekter:
 1. øger vækstraten i nominelle pengemængde, hvorfor reale pengemængde (i denne periode) er steget (via (C))
 2. øger langtsigtsinflationen, hvorfor den nominelle rente (LS) øges
 - $y \uparrow \Rightarrow i \uparrow$:
 - Positivt outputgab
 - Realkasse efterspørgsel stiger (for ethvert renteniveau)
 - Udbuddet er dog fast,
 - så CB sætter renten op

Bemærk. Her er alt forklaret via LM og realtionen i (C). Alternativt er følgende (LS) definition interessant

$$i = r + \pi.$$

På langt sigt gælder klassisk dikotomi, ergo er $r = \bar{r} = MPK$, hvorfor den nominelle rente og inflationen korrelerer perfekt. Denne sammenhæng er fokus i makro C (tror jeg) og 'Monetary Economics - Macro Aspect'.

Et par definitioner

Definition (Elasticiteten). Elasticiteten af $f(x)$ mht. x defineres ved

$$\begin{aligned} El_x(f(x)) &\equiv \frac{\Delta f(x)/f(x)}{\Delta x/x} \\ &= \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \frac{x}{f(x)} \\ \Rightarrow \\ El_x(f(x)) &\cong \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{x}{f(x)}. \end{aligned}$$

Grunden til implikationstegn og ikke biimplikation er, at $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \rightarrow \frac{\partial f(x)}{\partial x}$ for $\Delta x \rightarrow 0$.

Definition (Semielasticiteten). Semielasticiteten af $f(x)$ mht. x defineres ved

$$\begin{aligned} El_x(f(x)) &\equiv \frac{\Delta f(x)/f(x)}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \frac{1}{f(x)} \\ \Rightarrow \\ El_x(f(x)) &\cong \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{1}{f(x)}. \end{aligned}$$

Spørgsmål 2 - Indkomst- og renteelasticiteten

Spørg: Hvordan skal (2) fortolkes?

Indkomstelasticiteten findes direkte ved

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(Y, i)}{\partial Y} \frac{Y}{L(Y, i)} &= \eta \cdot kY^{\eta-1} e^{-\beta i} \cdot \frac{Y}{kY^{\eta} e^{-\beta i}} \\ \Leftrightarrow \\ \frac{\partial L(Y, i)}{\partial Y} \frac{Y}{L(Y, i)} &= \eta. \end{aligned} \tag{3}$$

Hermed ses, at stiger indkomsten med 1 pct. øges da pengemængdeefterspørgslen med η pct.

Renteelasticiteten findes direkte ved

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(Y, i)}{\partial i} \frac{1}{L(Y, i)} &= -\beta \cdot kY^{\eta} e^{-\beta i} \cdot \frac{1}{kY^{\eta} e^{-\beta i}} \\ \Leftrightarrow \\ \frac{\partial L(Y, i)}{\partial i} \frac{1}{L(Y, i)} &= -\beta. \end{aligned} \tag{4}$$

Hermed ses, at stiger renten med 1 pct.-point falder da pengemængdeefterspørgslen med β pct.

Spørgsmål 3 - π, μ og y på i via (1) (matematisk)

For y

$$\frac{\partial i}{\partial y} = \frac{\eta}{\beta}. \quad (5)$$

En stigning i BNP får CB til at sætte renten op. Forholdet mellem rente- og indkomstelasticiteten fra viser hvorvidt denne stigning er større eller mindre end én.

For π

$$\frac{\partial i}{\partial \pi} = 1 + \frac{1 - \beta}{\beta} = \beta^{-1}. \quad (6)$$

Højere inflation får CB til at sætte den nominelle rente op. En større værdi af β betyder at pengemængdeefterspørgslen falder kraftigere ved en rentestigning, hvilket omsættes (inden for perioden) til at CB ikke skal ændre renten 'ligeså meget'.

For μ

$$\frac{\partial i}{\partial \mu} = -\frac{1 - \beta}{\beta}. \quad (7)$$

For at den reale pengemængdeefterspørgsel er konstant, må CB tilpasse renten ved en stigning i pengemængdevæksten. Igen er der to modstridende effekter der spiller ind

1. real pengemængdeefterspørgsel tenderer til at øges $\Rightarrow i \downarrow$ for at bringe ligevægt
2. LS inflation øges $\Rightarrow i \uparrow$ for at holde realrenten fast (på LS)

Værdien af β bestemmer da hvilken af de to effekter som har størst betydning.

Spørgsmål 4 - β nær 0

Når Friedman citeres for at mene, at $\beta \approx 0_+$ betyder det, at den repræsentative agent er uendeligt lidt rentefølsom i sin efterspørgsel efter den reale pengemængde.

Spørg: Hvad betyder dette?

Spørgsmålet besvares bedst ved først at kigge på CBs reaktionsfunktion, (1), og derefter på de marginale effekter.

- Ved en uendelig lille rentefølsomhed bliver (1) i grænsen

$$i \cong \frac{1-\beta}{\beta}(\pi - \mu) + \frac{\eta}{\beta}(y - \bar{y}),$$

dvs. perfekt afhængig af inflations- og outputgabet.

- Kigger vi på de marginale afledte, ses via (5), (6) og (7), at for $\beta \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial i}{\partial y}, \frac{\partial i}{\partial \pi} &\rightarrow \infty, \\ \frac{\partial i}{\partial \mu} &\rightarrow -\infty.\end{aligned}$$

- Renten skal derfor ændres uendeligt meget (dvs. reciprok til den numeriske værdi af renteelasticiteten) ved blot en lille ændring i output, inflationen eller inflationen i steady state, for at få agenterne til at ændre adfærd og genskabe LV på pengemarkedet.

Opgave 16.B - Deriving the AD-curve

Introduktion

Vi får opgivet følgende relationer

$$y - \bar{y} = \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2(r - \bar{r}) + v, \quad (1)$$

$$i = \bar{r} + \pi_{+1}^e + h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y}), \quad (2)$$

$$r = i - \pi_{+1}^e, \quad (3)$$

hvilket kombineres til

$$y = \bar{y} - \alpha(\pi - \pi^*) + z, \quad (4)$$

$$\pi = \pi^* - \alpha^{-1}(y - \bar{y}) + \alpha^{-1}z,$$

hvor

$$\alpha \equiv \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b} \quad z \equiv \frac{1}{1 + \alpha_2 b} [\alpha_1(g - \bar{g}) + v]. \quad (5)$$

Spørgsmål 1 - Forklar (1)-(3) og udled (4) og (5)

- (1) viser IS-kurven
- (2) viser CBs pengepolitisk regel (Taylor-type), dvs. deres reaktionsfunktion for renten
- (3) viser Fisher-identiteten

Udled (4) på tavlen!

Start med (2) og (3) og indse, at

$$r = \bar{r} + h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y}). \quad (A)$$

Indsæt nu realrenten fra (A) i (1)

$$y - \bar{y} = \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2[h(\pi - \pi^*) + b(y - \bar{y})] + v$$

$\Leftrightarrow$

$$[1 - \alpha_2 b](y - \bar{y}) = -\alpha_2 h(\pi - \pi^*) + [v + \alpha_1(g - \bar{g})]$$

$\Leftrightarrow$

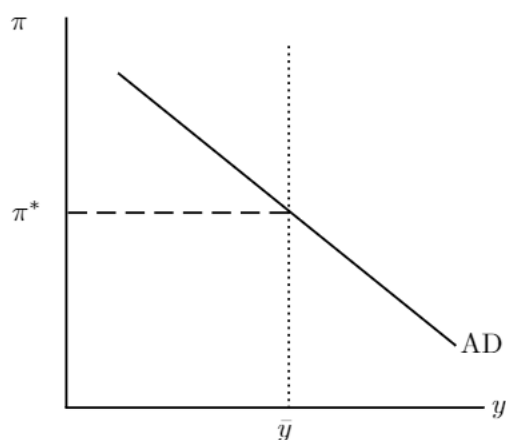
$$y = \bar{y} - \alpha(\pi - \pi^*) + z, \quad (4)$$

$$\pi = \pi^* - \alpha^{-1}(y - \bar{y}) + \alpha^{-1}z,$$

hvor

$$\alpha \equiv \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_2 b} \quad z \equiv \frac{1}{1 + \alpha_2 b} [\alpha_1(g - \bar{g}) + v]. \quad (5)$$

Spørgsmål 2 - Tegn (4) i et (π, y) -rum



Figur 1: AD-curven

Intuition: Antag steady state, så initialt $g = \bar{g}, r = \bar{r}, y = \bar{y}, \pi = \pi^*$ (pp. 470-472)

- CB målinflation π^*
- Efterspørgselsstød z
- Hældningen α^{-1}

Spørgsmål 3 - h og b på AD

- $h \uparrow \Rightarrow \alpha \uparrow$ så AD bliver *fladere*
 - h : vægt for inflationsstabilisering
- $b \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow$ så AD bliver *stejlere*
 - b : vægt for outputstabilisering

Spørgsmål 4 - g og v på AD

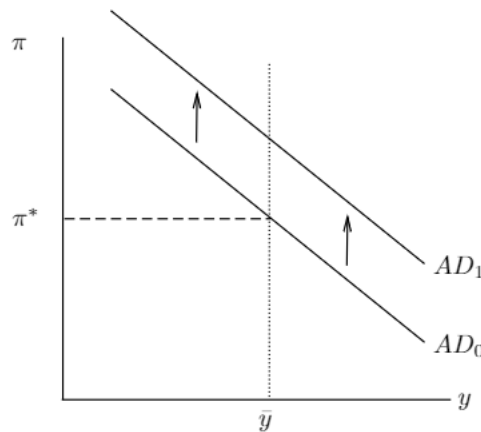
Sker gennem *efterspørgselsstød*, z . Dvs. at sådanne *flytter* AD-kurven.

De afledte findes til

$$\frac{\partial \pi}{\partial g} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 h} > 0, \quad (\text{B})$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial v} = \frac{1}{\alpha_2 h} > 0. \quad (\text{C})$$

Efterspørgselsstød medfører således et *positivt* ryk i AD-kurven. For at være præcis, vil $z > 0$ give at AD-kurven rykker *opad* i (π, y) -diagrammet. Dette sker fordi kort sigts tilpasninger sker via prisniveauet og dermed inflationen. Dette er illustreret i figur 2. En huskeregel kan være, at AD viser efterspørgslen for et fast udbud af varer og goder. Større efterspørgsel presser da LV prisen op, mens udbuddet er fast.



Figur 2: Et positivt efterspørgselsstød

Spørgsmål 5 - $g \uparrow$ sml (1) og (4)

De afledte findes

$$(1) : \quad \frac{\partial y}{\partial g} = \alpha_1, \quad (D)$$

$$(4) : \quad \frac{\partial y}{\partial g} = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 b}. \quad (E)$$

- Umiddelbar effekt via stigning i efterspørgslen, direkte på IS-kurven
- CB øger da renten, grundet Taylor-reglen
- Initialefterspørgsel dæmpes da forbrug bliver dyrere

Des større b des hårdere reagerer CB på fluktationer i output (fra naturlige niveau).

Spørgsmål 6 - Perfekt outputtargeting fra CB

Ny politik for CB

$$i = \bar{r} + \pi_{+1}^e + b(y - \bar{y}). \quad (2')$$

Den nye AD-kurve findes på samme måde som i spørgsmål 1, ved først at finde realrenten, via (2') og (3)

$$r = \bar{r} + b(y - \bar{y}). \quad (\text{F})$$

Realrenten fra (F) anvendes nu (1)

$$\begin{aligned} y - \bar{y} &= \alpha_1(g - \bar{g}) - \alpha_2[b(y - \bar{y})] + v \\ &\Leftrightarrow \\ [1 - \alpha_2 b](y - \bar{y}) &= [v + \alpha_1(g - \bar{g})] \\ &\Leftrightarrow \\ y &= \bar{y} + z, \end{aligned} \quad (\text{G})$$

hvor

$$z \equiv \frac{1}{1 + \alpha_2 b} [\alpha_1(g - \bar{g}) + v]. \quad (5)$$

AD-kurven er nu *uafhængig* af inflationen, dvs. lodret i et (π, y) -diagram.

Spørgsmål 7 - Endogen finanspolitik

Staten laver finanspolitik efter følgende regel

$$g = \bar{g} - k(\pi - \pi^*) - a(y - \bar{y}), \quad k > 0, \quad a > 0, \quad (6)$$

mens pengepolitikken sættes neutralt, så

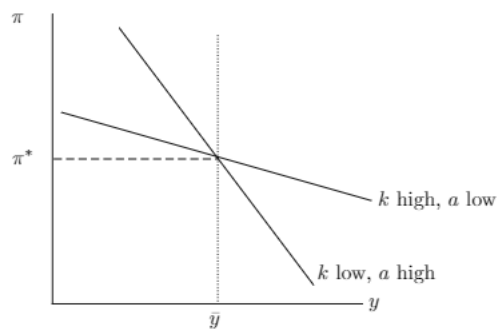
$$r = \bar{r}. \quad (7)$$

Indsæt (6) og (7) i (1)

$$\begin{aligned} y - \bar{y} &= \alpha_1(-k(\pi - \pi^*) - a(y - \bar{y})) + v \\ &\Leftrightarrow \\ [1 + \alpha_1 a](y - \bar{y}) &= -\alpha_1 k(\pi - \pi^*) + v \\ &\Leftrightarrow \\ y &= \bar{y} - \tilde{\alpha}(\pi - \pi^*) + \tilde{z}, \\ \pi &= \pi^* - \tilde{\alpha}^{-1}(y - \bar{y}) + \tilde{\alpha}^{-1}\tilde{z}, \end{aligned} \quad (8)$$

hvor

$$\tilde{\alpha} \equiv \frac{\alpha_1 k}{1 + \alpha_1 a} \quad \tilde{z} \equiv \frac{1}{1 + \alpha_1 a} v. \quad (9)$$



Figur 3: AD-kurven fra (8)

Spørgsmål 8

- Q: $k \uparrow \Rightarrow$
 - $\tilde{\alpha} \uparrow$
 - Stød til π og $\tilde{z}$ får *større* indflydelse på y
- Q: $k \uparrow \Rightarrow$
 - $\tilde{\alpha} \downarrow, \tilde{z} \downarrow$
 - Stød til π og $\tilde{z}$ får *mindre* indflydelse på y

Opgave 17.A

Introduktion

Mål med opgaven:

1. Alternativ produktionsfunktion, som resulterer i alternativ mekanisme til at udlede samme AS som i sektion 17.2
2. AS-udledningen/'historien' skal kunnes

Symmetrisk økonomi med n sektorer. Repræsentative arbejdsgiver i sektor i producerer svarende til

$$Y_i = L_i. \quad (1)$$

Spørgsmål 1

Q: Hvorfor bliver MC i repræsentative virksomhed

$$MC_i = W_i? \quad (2)$$

1. Antag monopolistisk konkurrence, opstil profitfunktionen

$$\Pi_i = \underbrace{P_i \cdot Y_i}_{R(Y_i)} - \underbrace{Y_i \cdot W_i}_{C(Y_i)}. \quad (A)$$

2. Argumentér for, at

$$C(Y_i) = Y_i \cdot W_i = L_i \cdot W_i \quad \Rightarrow \quad MC(Y_i) = \frac{\partial C_i}{\partial Y_i} = \frac{\partial C_i}{\partial L_i} = W_i.$$

- **Q:** Hvorfor er det interessant at kigge på?
 $\Rightarrow$ KS: Arbejdskraft er 'frie'/eneste variabel/input

Spørgsmål 2

Efterspørgslen efter vare i er givet ved

$$Y_i = \left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\sigma} \frac{Y}{n}, \quad \sigma > 1. \quad (3)$$

Q: Hvad fortæller (3)?

- Monopolistisk konkurrence! $\Rightarrow$ Virksomhed får økonomisk profit
Ses ved, at priselasticiteten er (numerisk) større end 1.

Q: Find optimale pris

- Optimeringsproblem, hvor mængden solgt bestemmes af fastsatte pris.
- Maksimer da udtrykket i (A) mht. efterspørgslen i (3)

$$\begin{aligned}\max_{P_i} \Pi &= P_i \cdot \left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\sigma} \frac{Y}{n} - W_i \cdot \left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\sigma} \frac{Y}{n} \\ &= P_i^{1-\sigma} \cdot \Gamma - W_i \cdot \Gamma P_i^{-\sigma}\end{aligned}\tag{B}$$

FOC:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial P_i} &= 0 \quad (1 - \sigma)P_i^{-\sigma} \cdot \Gamma + \sigma W_i \cdot \Gamma P_i^{-(1+\sigma)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \\ P_i^{-\sigma} &= \frac{-\sigma}{1 - \sigma} W_i P_i^{-(1+\sigma)} \\ &\Leftrightarrow \\ P_i^{-\sigma+(1+\sigma)} &= \frac{\sigma}{\sigma - 1} W_i \\ &\Leftrightarrow \\ P_i &= m^p W_i, \quad m^p \equiv \frac{\sigma}{\sigma - 1} > 1.\end{aligned}\tag{C}$$

Q: Sammenlign (C) med ligning (7), side 462, fra bogen:

$$P_i = m^p \frac{\overbrace{W_i}^{MC_i}}{(1 - \alpha)BL_i^{-\alpha}}.\tag{7}$$

- Forskel er MC_i

$$\begin{aligned}W_i &> \frac{W_i}{(1 - \alpha)BL_i^{-\alpha}} \\ &\Leftrightarrow \\ (1 - \alpha)BL_i^{-\alpha} &> 1.\end{aligned}$$

- Her er MC konstant
- Ligning (7) fra bogen oplever faldende MPL
- Prisen (her) afhænger derfor ej af arbejdskraft eller produktion.

Spørgsmål 3

Q: Find arbejdskraftefterspørgslen

- Da produktionsteknologien er givet ved (1), bliver $L_i \equiv Y_i$, dvs. efterspørgsel efter vare i dikterer virksomhedens efterspørgsel efter arbejdskraft
- Anvend derefter (3) og (C):

$$\begin{aligned} L_i &= \left(\frac{m^p W_i}{P} \right)^{-\sigma} \frac{Y}{n} \\ &\Leftrightarrow \\ L_i &= \frac{Y}{n} \left(\frac{1}{m^p} \right)^\sigma \left(\frac{W_i}{P} \right)^{-\sigma}. \end{aligned} \quad (4)$$

Spørgsmål 4

Ad 1) Lønelasticiteten på arbejdskraftefterspørgsel

Elasticiteten findes direkte til⁵

$$El_{W_i}(L_i) = -\sigma.$$

Ad 2) Hvorfor er $El_{W_i}(L_i) = El_{P_i}(Y_i)$?

- Samme elasticitet pga. konstante MC og $Y_i = L_i$

$$P_i = m^p w^e, \quad \Rightarrow El_{W_i}(P_i) = 1,$$

$$L_i = \frac{P_i}{P} \frac{Y}{n}, \quad \Rightarrow El_{P_i}(L_i) = -\sigma.$$

- $W_i \uparrow 1 \text{ pct.} \Rightarrow P_i \uparrow 1 \text{ pct.} \Rightarrow Y_i^D \downarrow \sigma \text{ pct.};$ da $Y_i^S = L_i^D \Rightarrow L_i^D \downarrow \sigma \text{ pct.} \Rightarrow L_i \downarrow \sigma \text{ pct.}$

Ad 3) Hvorfor $\frac{\partial L_i}{\partial Y} > 0$?

- Øget indkomst giver øget vareefterspørgsel
- Afsætning stiger, hvorfor produktionen må øges
- Øget produktion kræver flere arbejdere
- hvilket øger arbejdskraftefterspørgslen.
- $Y \uparrow \Rightarrow Y_i^D \uparrow \Rightarrow Y_i^S \uparrow \Rightarrow L_i^D \uparrow \Rightarrow L_i \uparrow$

⁵Find elasticiteten ved potensen til W_i eller ved en log-transformation og differentiér mht. W_i .

Ekstra information

Fagforeningen i sektor i har præferencer resulterende i følgende målfunktion

$$\Omega_i = (w_i - v^e) L_i^\eta, \quad \eta > 0, \quad (5)$$

hvor $w_i = \frac{W_i}{P}$ og v^e er reallønnen henholdsvis forventet realindkomst for arbejdsløse, dvs. arbejderens outside option.

Spørgsmål 5

Som da vi udledte prisen i spørgsmål 2, anvendes arbejdskraftefterspørgslen fra (4) i (5) til at løse fagforeningens problem

$$\begin{aligned} \max_{w_i} \Omega_i &= (w_i - v^e) \left(\frac{Y}{n} \left(\frac{1}{m^p} \right)^\sigma w_i^{-\sigma} \right)^\eta \\ &= (w_i - v^e) \Gamma^\eta w_i^{-\sigma\eta}. \end{aligned} \quad (D)$$

FOC:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_i}{\partial w_i} = 0 &\Rightarrow (1 - \sigma\eta) \Gamma^\eta w^{-\sigma\eta} + \sigma\eta v^e \Gamma^\eta w^{-(1+\sigma\eta)} = 0 \\ &\Leftrightarrow \\ w^{-\sigma\eta} &= -\frac{\sigma\eta}{1 - \sigma\eta} v^e w_i^{-(1+\sigma\eta)} \\ &\Leftrightarrow \\ w_i &= m^w v^e, \quad m^w \equiv \frac{\sigma\eta}{\sigma\eta - 1}. \end{aligned} \quad (6)$$

- **Q:** Jesper antager, at $m^w > 1$, hvorfor?

- $\frac{\partial w_i}{\partial \sigma} = -\frac{1}{\sigma^2 \eta} v^e < 0$

Fortolk:

- σ er pris- og lønelasticiteten
- Større elasticitet, giver mindre efterspørgsel (ift. 'FK' LV), hvorfor lønkravet falder

- $\frac{\partial w_i}{\partial \eta} = -\frac{1}{\sigma \eta^2} v^e < 0$

Fortolk:

- η er relativ vægt for beskæftigelsen vs. lønnen for fagforeningen
- Større vægt på 'fuld beskæftigelse' medfører lavere lønkrav

Ekstra information

Fagforening ønsker en bestemt *realløn*, men har kun kontrol over den *nominelle*, hvorfor denne sættes til

$$W_i = P^e w_i = P^e m^w v^e. \quad (7)$$

Spørgsmål 6 - Fuld beskæftigelse?

På grund af symmetri er $Y = nY_i = nL_i$. Anvend dette i ligning (1) sammen med (4), så

$$\begin{aligned} L_i &= \frac{nL_i}{n} \left(\frac{1}{m^p}\right)^\sigma \left(\frac{W_i}{P}\right)^{-\sigma} \\ 1 &= \left(\frac{1}{m^p}\right)^\sigma \left(\frac{W_i}{P}\right)^{-\sigma}. \end{aligned} \quad (D)$$

Brug nu (7) i (D) til at fjerne MC for vare i , så

$$\begin{aligned} 1 &= \left(\frac{P^e m^p m^w v^e}{P}\right)^{-\sigma} \\ \frac{P^e m^p m^w v^e}{P} &= 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Ligning (8) fortæller at på grund af symmetri,

- afhænger priseniveauet ej af output (og heraf ej af beskæftigelsen)
- så er output og beskæftigelsen faktisk *udeterminerede*!
- 6 ligninger og 7 variable...

Spørgsmål 7

Kan arbejdere frit bevæge sig mellem sektorer/brancher, må lønniveauet blive ens mellem sektorerne.⁶ Det er derfor realistisk at antage, at den forventede nytte (dvs. indkomst) at søge arbejde uden for den sektor, som arbejderen allerede er ansat i, må være forventede nytte af at få et job plus forventede nytte af ej at få et job.

- Lad u være arbejdsløsheden, dvs. risiko for ikke at få arbejde,
- b være arbejdsløshedsunderstøttelsen, og

⁶Specielt, da vi ikke har antaget, at der opnås egennytte blot af beskæftigelsen. Nyttens af beskæftigelse antages (implicit) udelukkende at komme fra lønnen.

- w^e være forventet løn.

– Denne må være ens, pga. symmetri, $w_i^e = w_{-i}^e = w^e$.

Da må forventet gevinst af at søge arbejde (i anden sektor) være

$$v^e = ub + (1 - u)w^e. \quad (9)$$

Spørgsmål 8

Når fagforeningen sætter lønnen som fra (7), bliver reallønnen

$$w_i = m^w v^e.$$

Fra (C) finder, pga. symmetri

$$\begin{aligned} P_i &= m^P W_i \Rightarrow P = m^P W = m^P W_i \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{W_i}{P} &= \frac{W}{P} = \frac{1}{m^P}. \end{aligned} \quad (E)$$

Fra (7) ses, at

$$w^e = \frac{W}{P^e}. \quad (F)$$

Fra (8) ses,

$$m^w v^e = \frac{P}{P^e} \frac{1}{m^P},$$

hvilket kombineret med (E) og (F) giver

$$\begin{aligned} m^w v^e &= \frac{P}{P^e} \frac{W}{P} = w^e \\ &\Leftrightarrow \\ w^e &= m^w v^e = w = \frac{1}{m^P}. \end{aligned} \quad (10)$$

Ligning (10) fortæller, at arbejderne forventer en realløn, svarende til den faktiske realløn, givet ved den inverse pris mark-up på vare i .

Når arbejdsløshedsunderstøttelsen er indekseret til reallønnen sådan at

$$b = cw^e,$$

anvendes dette med (10) i (9), så

$$\begin{aligned} v^e &= ucw^e + (1 - u)w^e = (uc + 1 - u)w^e \\ &\Leftrightarrow \\ v^e &= \frac{1}{m^P}(1 - \gamma u), \quad \gamma \equiv 1 - c. \end{aligned} \quad (11)$$

Spørgsmål 9

Indsæt (11) i (8)

$$P = P^e m^P m^w v^e = P^e m^w (1 - \gamma u).$$

Dividér nu med prisniveauet i sidste periode:

$$\frac{P}{P_{-1}} = \frac{P^e}{P_{-1}} m^w (1 - \gamma u)$$

Tag log-transformation og definér $\pi \equiv \ln \frac{P}{P_{-1}}$ og $\pi^e \equiv \ln \frac{P^e}{P_{-1}}$:

$$\begin{aligned} \pi &= \pi^e + \ln m^w + \ln(1 - \gamma u) \cong \pi^e + \ln m^w - \gamma u \\ &\Leftrightarrow \\ \pi &\cong \pi^e + \gamma(\bar{u} - u), \quad \bar{u} \equiv \frac{\ln m^w}{\gamma}. \end{aligned} \tag{12}$$

Ligning (12) viser os den forventningsudvidede Phillips-kurve (AS). Inflationen bliver således (approksimativt) den forventede inflation fratrasket overraskelsesarbejdsløshed. Eller, som oftest fortalt, arbejdsløsheden falder ved overraskelsesinflation.

Intuition: $u \uparrow \Rightarrow v^e \downarrow \Rightarrow W_i \downarrow \Rightarrow P_i \downarrow \Rightarrow P \downarrow \Rightarrow \pi \downarrow$.

En højere arbejdsløshed (sgab) sænker arbejdernes outside option (opportunity cost) af at søge arbejde (i anden sektor). Dette sænker da fagforeningens lønkrav, som får den nominelle løn til at falde. Faldende løn betyder, at den repræsentative virksomhed oplever en lavere marginal omkostning, hvorfor prisen sættes ned. Grundet symmetri falder det generelle prisniveau, hvilket sænker inflationen (i forhold til forrige periode).

Spørgsmål 10 - Hældningen på AS

$$\frac{\partial \pi}{\partial u} = \gamma = 1 - c.$$

Hældningen på AS-kurven bestemmes af graden af korrelation mellem arbejdsløshed-sunderstøttelsen og reallønnen!

Des højere en kompensationsgrad, des fladere bliver hældningen. Større kompensationsgrad giver dermed, at trade-off'et mellem overraskelsesinflation og lavere arbejdsløshed falder.

Intuitivt: Er kompensationsgraden meget høj, vil outside option falde mindre ved en højere arbejdsløshed. Dermed vil lønkravet ikke falde lige så meget som ved en lav kompensationsgrad, hvorfor en højere arbejdsløshed får en relativt svagere effekt på inflationen.

Opgave 18.A

Introduktion

Ligevægtsmodel af en (kortsigts lukket) økonomi

$$y_t = \bar{y} + \alpha_1(g_t - \bar{g}) - \alpha_2(r_t - \bar{r}) + v_t, \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0, \quad (1)$$

$$r_t \equiv i_t - \pi_{t+1}^e, \quad (2)$$

$$i_t = \bar{r} + \pi_{t+1}^e + h(\pi_t - \pi^*), \quad h > 0, \quad (3)$$

$$g_t = \bar{g} - k(y_t - \bar{y}), \quad k > 0, \quad (4)$$

$$\pi_t = \pi_t^e + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t, \quad \gamma > 0, \quad (5)$$

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}. \quad (6)$$

En alternativ formulering af modellen findes i appendiks sektion på side 105. Her diskuteres finanspolitik med lag. Dvs. hvor ligning (4) omskrives til, at finanspolitikken reagerer på forrige periodes outputgab, $y_{t-1} - \bar{y}$.

Spørgsmål 1 - Fortolk modelligningerne

Ligning (1)

- IS-kurve: Værdi af LV efterspørgsel på vare- og tjenestemarkedet
- Efterspørgslen svinger om LV niveau ($\bar{y}$), hvor off. efterspørgsel influerer positivt, g_t , mens realrenten, r_t , mindsker efterspørgslen.⁷
- v_t viser efterspørgselsstød, $v_t \uparrow \Rightarrow y_t \uparrow \forall \pi$ -niveau, dvs. vi kalder $v_t \uparrow$ for et *positivt* efterspørgselsstød.

Ligning (2)

- Fisher-ligningen (definition): Her som *ex ante* realrenten.
- Ex ante realrenten er netop forskellen mellem den nominelle rente og *forventet* inflation.
- Der antages direkte: Agenter reagerer på *forventet* realrente, ex ante, og ikke på den *faktiske*, ex post.

Ligning (3)

⁷Antages hermed (implicit), at substitutionseffekten har større betydning end formueffekten.

- Taylor regel: CBs *adfærdsrelation*.
- Viser konservativ CB'er, ren fokus på inflationsstabilisering omkring ønskede mål π^* .
- h viser i hvor høj grad CB fokuserer på dette
- LS: $\bar{i} = \bar{r} + \bar{\pi}^e \Rightarrow r = \bar{r}$

Ligning (4)

- Adfærdsrelation for finanspolitiken.
- Kontracyklisk, med fokus på outputstabilisering

Ligning (5)

- Phillips-kurven: Kortsigts trade-off mellem inflation og arbejdsløshed ($y \uparrow \Rightarrow u \downarrow$)
- Værdi af LV udbud på vare- og tjenestemarkedet
- Overefterspørgsel presser priseniveauet og dermed inflationen op

Ligning (6)

- Forventningsdannelsen (for udbudssiden og dermed (repræsentative) virksomheds forventning)
- Statistiske: forventning til i morgen er hvad der skete i dag...

Variablene i modellen

- Endogene: $y_t, g_t, r_t, i_t, \pi_{t+1}^e, \pi_t, \pi_t^e, \pi_{t-1}$
- Exogene: $\bar{y}, \bar{g}, \bar{r}, v_t, \pi^* k, s_t$
- Parametre: $\alpha_1, \alpha_2, h, k, \gamma$

Q: Hov!

- Der er 8 variable, men kun 7 ligninger! Hvad gør vi så?
- BTW: hvad *er* den 'sidste' ligning?

$$\pi_{t+1}^e = \pi_t. \quad (\text{A})$$

Modellen kan derfor (bliver derfor!) reduceret til de to ligninger (7) og (8) med de tre ubekendte: y_t, π_t, π_{t-1}

Q: Hvorfor er π_{t-1} ubekendt?

Spørgsmål 2 - Stabil LSLV

Denne sektion viser stabilitet af langsigtslige vægten (LSLV) for modellen. Den matematiske forklaring i sektion er en anelse teknisk, hvorfor den grafiske forklaring i sektion er et forsøg på at give en mere intuitiv fortolkning.

Kombinér (1)-(4) for at få AD-kurven, (7), og (5)-(6) for at få SRAS-kurven, (8). Bemærk, at dynamikken går igennem SRAS.

Matematisk forklaring

Systemet bestående af (7) og (8) er globalt asymptotisk stabilt.

Vi har to ligninger med de to ubekendte y_t og π_t til tidspunkt t , som afhænger af en predetermineret værdi π_t . Systemet lader sig ikke løse med eksakt værdi. Vi er dog i stand til at beskrive ligevægten.

Definér $\hat{\pi}_t \equiv \pi_t - \pi^*$ og $\hat{y}_t \equiv y_t - \bar{y}$ som inflations- henholdsvis outputgabet⁸ og anvend i (7) og (8):

$$\hat{y}_t = -\alpha \hat{\pi}_t + z_t, \quad (\text{B})$$

$$\hat{\pi}_t = \hat{\pi}_{t-1} + \gamma \hat{y}_t + s_t. \quad (\text{C})$$

I LV vil ej være stød, hvormed $s_t = z_t = 0$.⁹ Vi løser ligningssystemet (B) og (C) som følgende

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \hat{y}_t = -\alpha \hat{\pi}_{t-1} - \alpha \gamma \hat{y}_t \\ \hat{\pi}_t = \hat{\pi}_{t-1} + \gamma \hat{y}_t \end{pmatrix} &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{y}_t = -\frac{\alpha}{1 + \alpha \gamma} \hat{\pi}_{t-1} \\ \hat{\pi}_t = \hat{\pi}_{t-1} - \frac{\alpha \gamma}{1 + \alpha \gamma} \hat{\pi}_{t-1} \end{pmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{y}_t = \frac{-\alpha}{1 + \alpha \gamma} \cdot \frac{1}{1 + \alpha \gamma} \hat{\pi}_{t-2} \\ \hat{\pi}_t = \frac{1}{1 + \alpha \gamma} \hat{\pi}_{t-1} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \hat{y}_t = \frac{1}{1 + \alpha \gamma} \hat{y}_{t-1} \\ \hat{\pi}_t = \frac{1}{1 + \alpha \gamma} \hat{\pi}_{t-1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Definerer vi $\beta \equiv \frac{1}{1 + \alpha \gamma} \in (0, 1)$ giver det

$$\hat{y}_t = \beta \hat{y}_{t-1}, \quad (\text{D})$$

$$\hat{\pi}_t = \beta \hat{\pi}_{t-1}. \quad (\text{E})$$

⁸ Læseren vil bemærke, at vi hermed implicit antager, at LSLV værdierne for inflationen er π^* henholdsvis $\bar{y}$ for outputtet.

⁹Svarer til at tage forventningen til (B) og (C); $E[z_t] = E[s_t] = 0$, da begge antages at være exogene stød i modellen. Dette svarer til, at begge er i.i.d. med middelværdi nul; $z_t \sim D(0, \sigma_z)$ og $s_t \sim D(0, \sigma_s)$. Variansen noteres her som værende konstant, hvilket dog ikke er et nødvendigt krav.

Via (D) og (E) har vi da reduceret ligningsystemet til to separate ligninger, hver illustrerende dynamikken i sin ubekendte variabel.¹⁰ Det er interessant at bemærke, hvordan output- og inflationsgabet til ethvert tidspunkt hermed findes som en andel af den tidligere afvigelse. Det bemærkes ydermere, at denne andel er mindre end én (da $\beta < 1$), hvorfor gabet indsnævres over tid.

Løsningen til differensligningerne (D) og (E) ses at blive

$$\hat{y}_t = \beta^t \hat{y}_0, \quad (\text{F})$$

$$\hat{\pi}_t = \beta^t \hat{\pi}_0. \quad (\text{G})$$

Heraf ses direkte, hvordan output- og inflationsgabet går mod nul eksponentielt over tid (såfremt der ej kommer andre stød til økonomien).

Eksempel 1 (Stabilitet af outputgabet). Tag udgangspunkt i (F). Hvis økonomien har oplevet en afvigelse fra LSLV i tidspunkt $t - 1$, ses, at outputgabet til tidspunkt t bliver $\beta \hat{y}_{t-1}$. I periode $t + 1$ bliver outputgabet $\hat{y}_{t+1} = \beta \hat{y}_t = \beta^2 \hat{y}_{t-1}$, hvormed vi hurtigt ser, at outputgabet til tidspunkt $t + n$ bliver $\hat{y}_{t+n} = \beta^{n+1} \hat{y}_{t-1}$. Da netop $\beta < 1$, ses tydeligt hvordan

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \hat{y}_{t+i} = \lim_{i \rightarrow \infty} \beta^i \hat{y}_{t-1} = 0.$$

I grænsen forsvinder det initiale stød. Bemærk, at da $\hat{y}_t \equiv y_t - \bar{y}$, har vi hermed også bevist, at LSLV er defineret ved $y^{LR} = \bar{y}$ og $\pi^{LR} = \pi^*$ som diskuteret i fodnote 8.

Analogt findes samme stabilitet for inflationsgabet.

Theorem 1 (Konvergenshastighed). Det er lidt tricky at udlede konvergenshastigheden, men alligevel et forsøg værd. Se fra (D) og definitionen af $\hat{y}_t$, hvordan $y_t = \beta y_{t-1} + (1 - \beta)\bar{y}$. Find da væksten i BNP til

$$G(y_t) \equiv y_t - y_{t-1} = (\beta - 1)(\bar{y} - y_{t-1}).$$

Se først at den afledte bliver

$$G'(y_t) = -(1 - \beta).$$

¹⁰Læseren vil naturligvis bemærke, at der stadig eksisterer en endogenitet imellem y_t og π_t , hvilket blot ligger implicit i de to ligninger.

Nu laves en 1. ordens Taylor-approksimation af $G(y_t)$ omkring steady state værdien $\bar{y}$ ¹¹

$$\begin{aligned} G(y_t) &\cong G(\bar{y}) + G'(\bar{y})(y - \bar{y}) \\ &\cong 0 + (-(1 - \beta))(y - \bar{y}) \\ &\cong -(1 - \beta)(y - \bar{y}). \end{aligned}$$

Heraf ses, væksten i BNP omkring sit steady state niveau er (numerisk) $(1 - \beta)$ pct. af afstanden mellem BNP og sit steady state niveau. Vi finder da konvergensthastigheden, λ , til

$$\lambda \equiv 1 - \beta \in (0, 1). \quad (\text{H})$$

Det fremgår af (H), at en større β giver langsommere konvergens.

Eksempel 2 (Hurtig vs. langsom konvergensthastighed). Kig på definitionen af konvergensthastigheden

$$(1 - \beta) \equiv 1 - \left(1 + \frac{\alpha_2 h \gamma}{1 + \alpha_1 k}\right)^{-1} < 1.$$

Det ses hvordan økonomien oplever hurtigere konvergens for lavere værdier af β . Dette sker, når værdien i parantesen bliver stor, dvs. når realrentens indflydelse på efterspørgslen er stor, se α_2 i (1), når CB lægger større vægt på inflationsstabilisering, se h i (3), og des kraftigere udbudssiden reagerer på efterspørgselsgab, se γ i (5).

Modsvarende giver en stærkere kontracyklisk finanspolitisk, via k i (4), og dennes effekt på den samlede efterspørgsel, α_1 i (1), en mindre konvergensthastighed.

Ønskes hurtig konvergens ved stød (dvs. lille persistens i output- og inflationsfluktuationer) bør finanspolitikens indflydelse mindskes, mens den monetære politik bør sættes i højsædet.

For en grafisk analyse henvises til sektion .

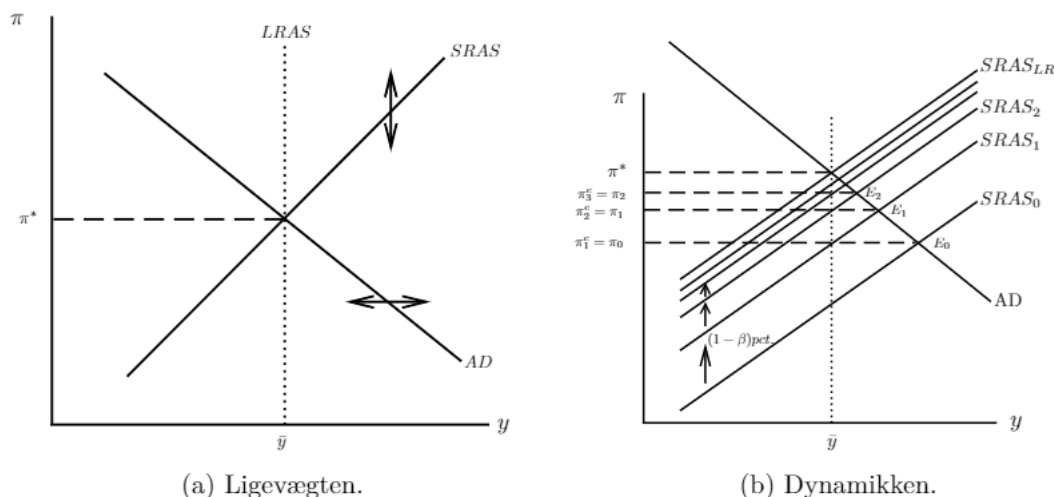
Grafisk forklaring

Omskriv AD-kurven i (7) til

$$\pi_t = \pi^* - \alpha^{-1}(y_t - \bar{y}) - \alpha^{-1}z_t. \quad (7')$$

¹¹Den generelle formel for en n ordens Taylor-approksimation af funktionen $f(x) \in \mathbb{C}^n$ ($\supset$: $f(x)$ kontinuert af n . orden) omkring punktet $\bar{x}$, hvor vi noterer $\frac{\partial^i f(x)}{\partial x^i} \equiv f^{(i)}(x)$, som $f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!}(x - x_0)$. Tegnet '!' kaldes 'fakultet' og er defineret ved $3! \equiv 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, samtidig er det relevant at kende definitionen $0! \equiv 1$. Udtrykket holder med lighedstegn, når vi lader summen gå mod uendelig. For en første ordens approksimation antager vi dermed, at led af 2. eller højere orden ikke har 'voldsom' indflydelse. Dermed bliver udtrykket en approksimation og vi kan skrive $f(x) \cong f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Ligevægten i (π, y) -rummet ses af figur 4 (a), mens (b) viser dynamikken. LSLV skæring i $(\bar{y}, \pi^*)$ da netop på LS, bliver $\pi_t^e = \pi_t \Rightarrow \pi_t = \pi_{t-1}$, så $\pi^e = \pi^*$, se evt. diskussion i fodnote 8. Nødvendig betingelse for ligevægt er (klart) $s_t = z_t = 0$. Dynamikken sker via SRAS kurven, da inflationsforventningen indeholder det dynamiske (intertemporale) element.



Figur 4: AS-AD modellen grafisk

Eksempel 3 (Dynamikken i AS-AD modellen). I slutningen af periode $t-1$ (eller primo periode t) sættes inflationsforventningerne (udbudssidens) lig den realiserede inflation i periode $t-1$. På baggrund af dette findes arbejdskraftefterspørgslen, som da bestemmer indkomstniveauet, dermed efterspørgslen. Efterspørgslen bestemmer da ligevægtsmængden afsat på vare- og tjenestemarkedet, hvormed prisniveauet fastsættes. Forskellen i prisniveauet giver da inflationen i periode t , hvilket giver inflationsforventningen til den efterfølgende periode. I kort form: $\pi_{t-1} \Rightarrow \pi_t^e \Rightarrow (L^d, L, Y^L) \Rightarrow (y_t^d = y_t^s) \Rightarrow y_t \Rightarrow \pi_t \Rightarrow \pi_{t+1}^e$.

Dynamikken kunne også forklares ved at ududssiden fastsætter prisen (givet forventede inflations- hermed prisniveau) hvilket giver efterspørgslen (til det givne prisniveau). Dette ville dog skabe tilpasning via AD-kurven. Denne forklaring bliver relevant når vi kigger på den åbne økonomi.

Spørgsmål 3 - Adaptive forventninger

Antages nu adaptive forventninger, dvs.

$$\pi_t^e = \phi \pi_{t-1}^e + (1 - \phi) \pi_{t-1}, \quad \phi \in (0, 1), \quad (11)$$

bliver SRAS nu¹²

$$\pi_t = \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t + \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \pi_{t-i-1}. \quad (\text{I})$$

Kombinér nu (7) og (I) og find ligevægten

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_t = -\alpha\hat{y}_t + z_t \\ \hat{\pi}_t = \gamma\hat{y}_t + s_t + \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \end{pmatrix}$$

Sæt nu $z_t = s_t = 0$ og find LV

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \hat{y}_t = -\alpha\gamma\hat{y}_t - \alpha\sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \\ \hat{\pi}_t = -\frac{\alpha\gamma}{1 + \alpha\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} + \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \end{pmatrix} \\ & \Leftrightarrow \\ & \begin{pmatrix} \hat{y}_t = -\frac{\alpha}{1 + \alpha\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \\ \hat{\pi}_t = \beta \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \end{pmatrix} \\ & \Leftrightarrow \\ & \begin{pmatrix} \hat{y}_t = -\frac{\alpha}{1 + \alpha\gamma} \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \cdot \beta(1 - \phi) \sum_{j=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^j \hat{\pi}_{t-2-j} \\ \hat{\pi}_t = \beta(1 - \phi) \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \end{pmatrix} \\ & \Leftrightarrow \\ & \begin{pmatrix} \hat{y}_t = \beta(1 - \phi) \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^i \cdot \frac{-\alpha}{1 + \alpha\gamma} \sum_{j=0}^{\infty} (1 - \phi)\phi^j \hat{\pi}_{t-2-j} \\ \hat{\pi}_t = \beta(1 - \phi) \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \hat{\pi}_{t-1-i} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Hermed får vi systemet analogt til (D) og (E)

$$\hat{y}_t = \beta(1 - \phi) \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \hat{y}_{t-1-i}, \quad (\text{J})$$

$$\hat{\pi}_t = \beta(1 - \phi) \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i \hat{\pi}_{t-1-i}. \quad (\text{K})$$

¹²Se dette ved $\pi_t = \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t + (1 - \phi)\pi_{t-1} + (1 - \phi)\phi\pi_{t-2} + (1 - \phi)\phi^2\pi_{t-3} + \dots$, det ses hermed hurtigt at give (I).

Theorem 2 (Konvergenshastigheden). *Som i Theorem 1 skal vi lave et par krumspring før vi kan finde konvergenshastigheden. Vi viser udledningen alene for y_t , da udledningen følger analogt for π_t . Omskriv først (J) til*

$$y_t = \beta(1 - \phi) \sum_{i=0}^{\infty} \phi^i y_{t-1-i} + (1 - \beta(1 - \phi))\bar{y}.$$

Find da væksten i y_t :

$$\tilde{G}(y_t) \equiv y_t - y_{t-1} = (1 - \beta(1 - \phi))(\bar{y} - y_{t-1}) + \beta(1 - \phi) \sum_{i=1}^{\infty} \phi^i y_{t-1-i}.$$

Den afledte bliver da

$$\tilde{G}'(y_t) = -(1 - \beta(1 - \phi)) + \beta(1 - \phi) \sum_{i=1}^{\infty} \phi^i,$$

hvor det indses¹³, at $\sum_{i=1}^{\infty} \phi^i = \phi(1 - \phi)^{-1}$, hvormed vi får

$$\tilde{G}'(y_t) = -(1 - \beta).$$

En 1. ordens Taylor-approximation af væksten omkring sit steady state niveau giver da

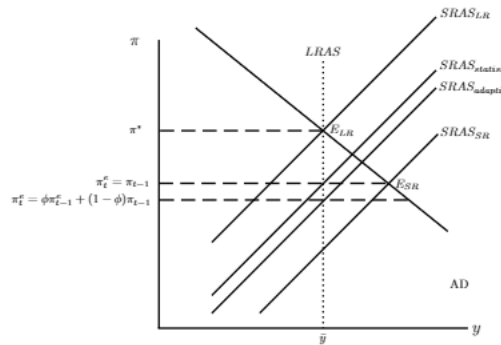
$$\begin{aligned} \tilde{G}(y_t) &\cong G(\bar{y}) + G'(\bar{y})(y_t - \bar{y}) \\ &\cong \beta(1 - \phi) \sum_{i=1}^{\infty} \phi^i \bar{y} - (1 - \beta)(y_t - \bar{y}) \\ &\cong \beta\phi - (1 - \beta)(y_t - \bar{y}). \end{aligned}$$

Vi har hermed fundet, at konvergenshastigheden i modellen med adaptive forventninger ikke direkte lader sig udtrykke (da vi ej kan isolere $y_t - \bar{y}$). Dog ses vi tydeligt (via (H)), at

$$|G(y_t)| > |\tilde{G}(y_t)|,$$

dvs. at væksten (omkring st.st.) er størst i modellen med statiske forventninger. Heraf kan vi konkludere, at modellen med adaptive forventninger oplever en lavere konvergenshastighed. Dette er forsøgt illustreret i figur 5 på side 55.

¹³Fra den velkendte rækkeudvikling $\phi + \phi^2 + \phi^3 + \dots = \phi(1 + \phi + \phi^2 + \dots) \Leftrightarrow (1 - \phi)(\phi + \phi^2 + \phi^3 + \dots) = \phi \Leftrightarrow \phi + \phi^2 + \phi^3 + \dots = \frac{\phi}{1 - \phi} \forall \phi \in (-1, 1)$.



Figur 5: SRAS med adaptive og statisk forventning

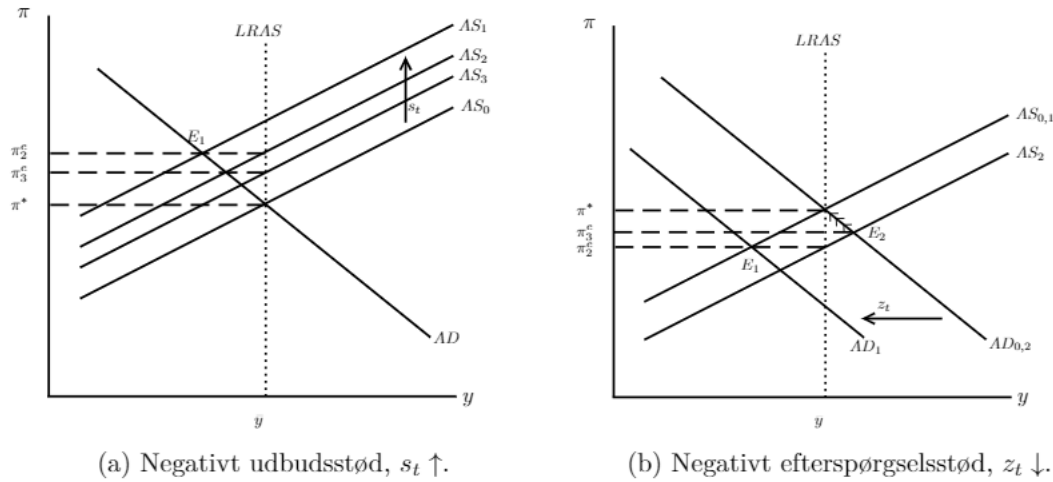
Spørgsmål 4 - Negativt udbudsstød

I de følgende sammenlignes udbudsstødet med et tilsvarende negativt efterspørgselsstød.

- Negativt udbudsstød, $s_t > 0$, dvs. at udbudssiden pludselig øger prisen for en fast efterspørgsel.
 - Dette giver en højere LV pris, givende en højere inflation, hvormed efterspørgslen falder, hvilket resulterer i lavere LV output.
 - Økonomien oplever dermed *stagflation*.
 - Se figur 6 (a).
 - $s_t \uparrow \Rightarrow \pi_t \uparrow \forall y_t \Rightarrow y_t^{LV} \downarrow$.
- Negativt efterspørgselsstød, $z_t \downarrow$, dvs. at efterspørgselsiden pludselig efterspørger mindre for ethvert prisniveau.
 - I perioden med støddet opleves faldende LV output og inflation, hvorefter output springer til over LS niveau, mens inflationen stadig oplever et negativt gab, indtil LSLV igen er opnået.
 - Se figur 6 (b).
 - $z_t \downarrow \Rightarrow y_t \downarrow \forall \pi_t \Rightarrow \pi_t^{LV} \downarrow$.

Persistens

Som diskuteret i Theorem 1, har politikparametrene betydning for persistensen (dvs. konvergensthastigheden) i vores model. Nedenstående diskuterer kort betydningen af penge- og finanspolitikken for konvergensthastigheden. Figur 7 illustrerer grafisk transitionen i modellen ved et udbuds- (a) hhv. efterspørgselsstød, (b).



Figur 6: Stød til ligevægten

- $h \uparrow \Rightarrow \alpha \uparrow (\beta \downarrow)$.
 - CB lægger større vægt på π -stabilisering, renten bliver mere følsom for ændring i inflationen
 - AD-kurven bliver fladere (markeret ved AD^h i figur 7)
 - Konvergenshastigheden stiger
- $k \uparrow \Rightarrow \alpha \downarrow (\beta \uparrow)$ AD-kurven bliver dermed stejlere
 - Større vægt på kontracyklisk finanspolitik, off. forbrug stækerer (negativt) korreleret med outputgab
 - AD-kurven bliver stejlere (markeret ved AD^k i figur 7)
 - konvergenshastigheden falder

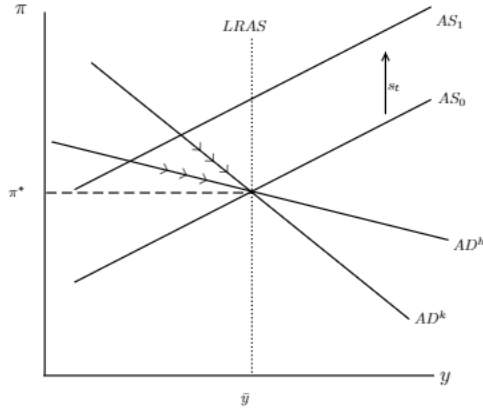
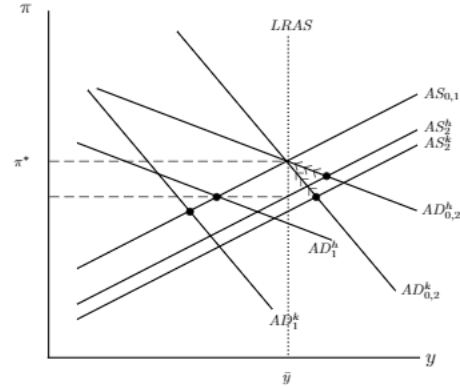
Spørgsmål 5 - Ny finanspolitik

Pga. imperfektioner på vare- og/eller arbejdsmarkedet er naturlige outputniveau lavere end det efficiente

$$y^* = \bar{y} + \omega, \quad \omega > 0, \quad (12)$$

hvilket ændrer det finanspolitiske fokus til

$$g_t = \bar{g} - k(y_t - y^*), \quad k > 0. \quad (13)$$

(a) Negativt udbudsstød, $s_t \uparrow$.(b) Negativt efterspørgselsstød, $z_t \downarrow$.

Figur 7: Betydningen af politikparametre

Den nye finanspolitik fra (13) påvirker efterspørgselssiden, så ny AD-kurve findes ved at indsætte (2)+(3)+(13) i (1):

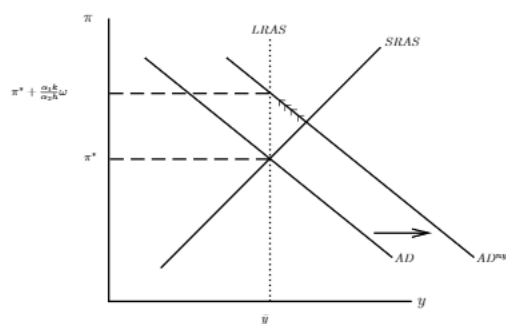
$$\begin{aligned}
 y &= \bar{y} + \alpha_1(-k(y_t - \bar{y} - \omega) - \alpha_2 h(\pi_t - \pi^*) + v_t) \\
 &\Leftrightarrow \\
 y &= \bar{y} + \frac{\alpha_1 k}{1 + \alpha_1 k} - \alpha(\pi - \pi^*) + z_t.
 \end{aligned} \tag{L}$$

Omskrevet til kurven får vi

$$\pi_t = \pi^* + \frac{\alpha_1 k}{\alpha_2 h} w - \alpha^{-1}(y_t - \bar{y}) + \alpha^{-1} z_t,$$

da $\alpha \equiv \frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_1 k}$.

- Dette svarer til, at AD-kurven rykker *udad*, se figur 8.
- Den nye finanspolitik virker som et *permanent efterspørgselsstød*
- LSLV er da karakteriseret ved højere inflation, men samme output.



Figur 8: Ny finanspol. som perm. AD stød

Opgave 18.1 - Temporary socks in the deterministic AS-AD model

Jeg kom vist til at forklare støddene som var de *negative* i timen (ultimo marts). Nedenstående forklarer midlertidige *positive* stød til udbuds- og efterspørgselssiden. Læseren burde derefter selv være i stand til at analysere midlertidige negative stød.

Introduktion

Anvend ligning (7) og (8) fra kapitlet (kap. 18)

$$(AD) \quad \pi_t = \pi^* - \alpha^{-1}(y_t - \bar{y}) + \alpha^{-1}, \quad (7)$$

$$(AS) \quad \pi_t = \pi_{t-1} + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t. \quad (8)$$

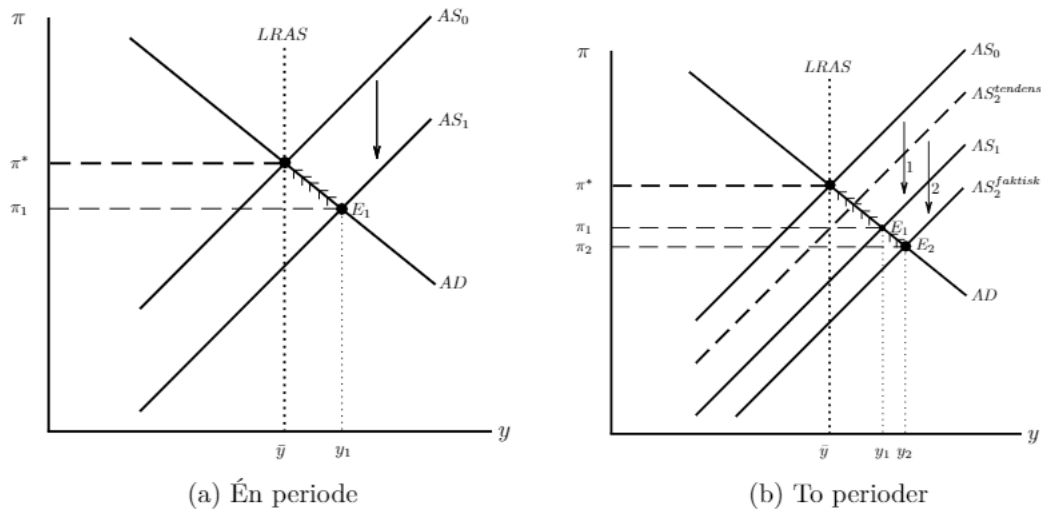
Husk: Midlertidige stød resulterer (KUN) i midlertidige ændringer...

Spørgsmål 1 og 2 - $s_t < 0$

Figur 9 viser det positive udbudsstød i henholdsvis én, (a), og to perioder, (b). Udbudsstøddet (uanset længden af dette) resulterer i en økonomisk *ekspansion*; positivt outputgab og negativt inflationsgab.

- Stød ændrer KS LV fra LSLV.
- Output op og inflation ned, herefter under LS niveau indtil dette igen opnået
- Pga. ændrede forventninger (i AS) oplever økonomi persistens i transition tilbage til LSLV
- Samme stød (i værdi) til AS i flere perioder rykker AS kontinuerligt yderligere væk fra udgangspunktet.
- Dette skyldes netop at forventningen ændres som støddet sætter ind¹⁴

¹⁴Havde agenterne adaptive forventninger, ville støddet til AS været mindre (i afstand, for sammet $s_t \neq 0$). Læseren kan selv vise dette.

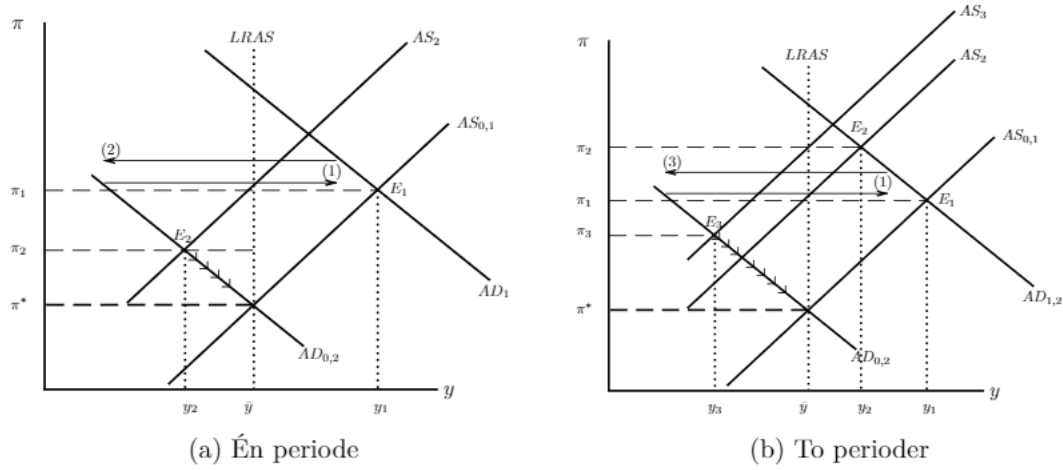
Figur 9: Positivt udbudsstød, $s_t < 0$

Spørgsmål 3 og 4 - $z_t > 0$

Positivt efterspørgselsstød skal forstås som en øget efterspørgsel efter varer og tjenester for ethvert prisniveau ($y \uparrow \forall \pi$). Den øgede efterspørgsel driver produktionen op, og øger LV prisen på vare- og tjenestemarkedet grundet stigende marginalomkostninger.¹⁵ Det højere prisniveau, i forhold til sidste periode, resulterer da i et positivt inflationsgab. Grafisk er dette illustreret i figur 10, hvor (a) viser efterspørgselsstøddet for én periode og (b) viser for to perioder.

- Først ekspansion ($y \uparrow, \pi \uparrow$), så kontraktion ($y \downarrow$) mens π falder, selvom denne stadig ligger over LS niveau.
- Flere perioders stød holder blot AD-kurven (i en fast afstand) væk fra udgangspunkt
- AD rykker sig ikke, som AS gjorde

¹⁵Dette kan forklares via to veje: Eenten gennem faldende MPL (kapitel 17 i PBS), eller via stigende lønkrav, dvs. endogen nominel løn (som i opgave 17.A).

Figur 10: Positiv efterspørgselsstød, $z_t > 0$

Opgave 19.2 - The role of demand shocks as drivers of business cycles

Introduktion

Følgende ligninger gælder

$$Y = BL^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1) \quad (62)$$

$$\frac{W}{P^e} = \frac{m^w}{1-\tau} \cdot MRS = \frac{m^w Y L^\mu}{1-\tau} = \frac{m^w B L^{1-\alpha+\mu}}{1-\tau}, \quad \mu > 0 \quad (63)$$

$$\frac{W}{P} = \frac{MPL}{m^p} = \frac{(1-\alpha)BL^{-\alpha}}{m^p}, \quad (64)$$

$$M = k \cdot PY, \quad k > 0. \quad (65)$$

Overvej hvilke ligninger der kommer fra udbuds/efterspørgselssiden. Vi antager følgende

- CRRA¹⁶ parameteren $\theta = 1$ og at alt output bliver forbrugt
 $\Rightarrow MRS = CL^\mu = YL^\mu$
- Mark-ups og produktivitet er *konstant*
- k bestemmes eksogent, men kan fluktuere over tid
- Endogene variable: Y, C, L, W, P, P^e
- Exogene variable: τ, B, m^w, m^p, k
- Resten parametre

Spørgsmål 1

Ad 1)

Find L ved $\frac{(63)}{(64)}$:

$$\begin{aligned} \frac{W/P^e}{W/P} &= \frac{m^w B L^{1-\alpha+\mu}}{(1-\alpha)B L^{-\alpha}} \cdot \frac{m^p}{1-\tau} \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{P}{P^e} &= \frac{L^{1+\mu}}{1-\alpha} \frac{m^w m^p}{1-\tau} \end{aligned}$$

¹⁶Coefficient of Relative Risk Aversion

$$\Leftrightarrow$$

$$L = \left(\frac{P/P^e(1-\alpha)(1-\tau)}{m^w m^p} \right)^{\frac{1}{1+\mu}}. \quad (\text{A})$$

Langsigtsbeskæftigelsen findes da simpelt ved at lade (A) udvides til LS-niveauet. Husk her, at da mark-ups er konstante, er $\bar{m}^p = m^p$ og $\bar{m}^w = m^w$, og per definition er $\bar{P} = P^e$ så

$$\bar{L} = \left(\frac{(1-\alpha)(1-\tau)}{m^w m^p} \right)^{\frac{1}{1+\mu}}. \quad (\text{B})$$

Den realative forskel i beskæftigelsen på KS vs LS bliver da

$$\begin{aligned} \frac{L}{\bar{L}} &= \left(\frac{P}{P^e} \right)^{\frac{1}{1+\mu}} \\ \Rightarrow \\ \ell - \bar{\ell} &= \frac{1}{1+\mu}(p - p^e), \end{aligned} \quad (66)$$

hvor $\ell \equiv \ln L$, $\bar{\ell} \equiv \ln \bar{L}$, $p \equiv \ln P$ og $p^e \equiv \ln P^e$.

Ad 2)

- $p \uparrow \Rightarrow \ell \uparrow$ ($\hat{p} > 0 \Rightarrow \hat{\ell} > 0$) da større prisniveau udhuler real lønomkostning, dvs. billige MCL, så efterspørgsel efter arbejdskraft stiger.
- Ej en-til-en forhold, da MPL er aftagende (i μ)
 μ^{-1} er Frisch elasticiteten af arbejdskraftudbuddet.

Spørgsmål 2

Fra (62) får vi

$$L = \left(B^{-1}Y \right)^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

hvilket kombineret med (66) giver

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-\alpha}(y - \ln B - \bar{y} + \ln B) &= \frac{1}{1+\mu}(p - p^e) \\ \Leftrightarrow \\ p - p^e &= \gamma(y - \bar{y}), \quad \gamma \equiv \frac{1+\mu}{1-\alpha}. \end{aligned} \quad (67)$$

- Intuition

$\hat{p} > 0 \Rightarrow \hat{y} > 0$ via samme argument som i spm 1.2, hvor produktionen stiger som følge af ekstra (ansat) arbejdskraft. Dette udhules ydermere (udover μ) af α , da $\alpha \uparrow \Rightarrow MPL \downarrow$.

Ekstra info

Flere ligninger

$$\ln M = \ln \bar{M} + v, \quad E[v] = 0, \quad E[v^2] = \sigma_v^2, \quad (68)$$

$$\bar{p} = \ln \bar{M} - \ln \bar{k} - \bar{y}, \quad \bar{p} \equiv \ln \bar{P}, \quad (69)$$

$$p - \bar{p} = \bar{y} - y - \hat{k} + v, \quad \hat{k} \equiv \ln k - \ln \bar{k}, \quad (70)$$

$$p^e = \bar{p}. \quad (71)$$

Overvej hvilke ligninger der kommer fra udbuds/efterspørgselssiden.

Spørgsmål 3

Ad 1) - Løs AS-AD modellen og tegn

Indsæt (71) i (67) og brug (70)

$$p = \bar{p} + \gamma(y - \bar{y}), \quad (\text{AS})$$

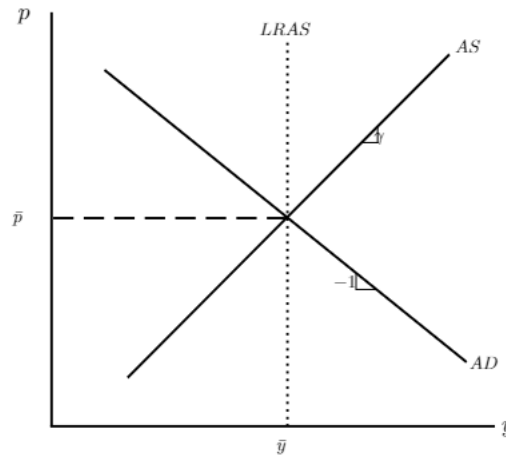
$$p = \bar{p} - (y - \bar{y}) - \hat{k} + v. \quad (\text{AD})$$

Omskriv til outputgab

$$\hat{y} = \frac{1}{1 + \gamma}(v - \hat{k}) \quad (\text{C})$$

dvs. $y \neq 0$ kun ved fluktuationer i pengemængden, M via v , og stød til pengeefterspørgslen, $\hat{k}$.

k er indkomst- og prisuafhængig pengemængdeefterspørgsel.



Figur 11: AS-AD diagram i (y, p) -rummet

Ad 2) - Forklar procykliske adfærd i MRS/MPL ved model

Først finder vi et udtryk for MPS/MRS :

$$\frac{MRS}{MPL} = \frac{YL^\mu}{(1-\alpha)BL^{-\alpha}} = \frac{BL^{1-\alpha+\mu}}{(1-\alpha)BL^{-\alpha}} = \frac{1}{1-\alpha}L^{1+\mu}.$$

Anvend nu vores resultat i (A), så

$$\frac{MRS}{MPL} = \frac{1-\tau}{m^w m^p} \cdot \frac{P}{P^e},$$

hvilket resulterer i

$$\frac{MRS}{MPL} = \delta^{-1} \frac{P}{P^e}, \quad \delta \equiv \frac{m^w m^p}{1-\tau}. \quad (D)$$

- MRS/MPL fluktuerer *procyklisk*
- Figur 19.3 i PBS (side 565) viser hvordan δ^{-1} synes at kovariere positivt med konjunkturudviklingen (i USA).
- Bogen siger altså, at den cykliske adfærd i MRS/MPL kommer fra fluktuationer i markedsimperfektionerne δ .
- Vi antager dog disse, som værende *konstante*!
- Altså må vi arbejde videre med P/P^e for at beskrive MRS/MPL

Fra (67) og ved brug af (C), får vi

$$\begin{aligned} p - p^e &= \gamma \hat{y} = \frac{\gamma}{1+\gamma} (v - \hat{k}) = \frac{1+\mu}{2-\alpha+\mu} (v - \hat{k}) \\ &\Leftrightarrow \\ P/P^e &= \left(v/\hat{k} \right)^{\frac{1+\mu}{2-\alpha+\mu}}. \end{aligned} \quad (E)$$

- $\hat{k} > 0 (k > \bar{k}) \Rightarrow \hat{y} > 0, P/P^e \downarrow \Rightarrow MRS/MPL \downarrow$, dvs. $\hat{k}$ forbindes med recession
- $\hat{k} < 0 (k < \bar{k}) \Rightarrow \hat{y} < 0, P/P^e \uparrow \Rightarrow MRS/MPL \uparrow$, dvs. $\hat{k}$ forbindes med boost
- Da k : Y og P uafhængig M -efterspørgsel ses, at stiger denne over LS niveau $\Rightarrow$ recession og vice versa.

Spørgsmål 4 - Variansen i outputgab

$$V[\hat{y}] \equiv E[\hat{y}^2].$$

$$\begin{aligned} V[\hat{y}] &= E\left[\left(\frac{1}{1+\gamma}(v - \hat{k})\right)^2\right] \\ &\Leftrightarrow \\ V[\hat{y}] &= \frac{1}{(1+\gamma)^2} E[v^2 + \hat{k}^2 - 2v\hat{k}] \\ &\Leftrightarrow \\ V[\hat{y}] &= (1+\gamma)^{-2} (E[v^2] + E[\hat{k}^2] - 2E[v\hat{k}]). \end{aligned}$$

Da $E[xy] = E[x]E[y]$ hvis x og y er uafhængige og da $E[v] \equiv 0$ får vi

$$V[\hat{y}] = (1+\gamma)^{-2}(\sigma_v^2 + \sigma_{\hat{k}}^2). \quad (\text{F})$$

Spørgsmål 5

Tjek excel-filen. OLS via simpel tendenslinie. Husk at det er baseret på den lineære *tidstrend* (dvs. $\ln M_t = a + b \cdot t$)

Ad 1)

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{k}}^2 &= 0.0087297, \\ \sigma_v^2 &= 0.017801, \\ V[\hat{y}] &= 0.001658. \end{aligned}$$

Ad 2)

Fra PBS har vi

$$E\left[\frac{\Delta/\bar{U}_C}{\bar{C}}\right] \cong \left[\theta + \frac{\mu(1-\tau)}{\bar{m}^w \bar{m}^p (1-\alpha)}\right] \frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{2}.$$

Når $\theta = 1$, $\mu = 1$, $\tau = 0.4$, $\bar{m}^w = m^w = \bar{m}^p = m^p = 1.2$ og $\alpha = 1/3$ får vi

$$E\left[\frac{\Delta/\bar{U}_C}{\bar{C}}\right] \cong 0.001347$$

Ad 3)

Er dette velfærdstab på 0.1347 pct. stort/småt?

Ekstra info

Opportunity cost af ikke at arbejde er understøttelse $b^u > MRS/(1-\tau)$, hvorfor lønnen sættes som

$$\frac{W}{P^e} = m^w b^u. \quad (72)$$

Spørgsmål 6 - Find ny velfærdstab

Ad 1)

Først L ved $\frac{(72)}{(64)}$

$$P/P^e = \frac{m^w b^u m^p}{(1-\alpha)BL^{-\alpha}} = \frac{m^w m^p b^u}{(1-\alpha)B} L^\alpha$$

så beskæftigelsen bliver

$$L = \left(\frac{P}{P^e} \frac{(1-\alpha)B}{m^p} \right)^{\frac{1}{\alpha}},$$

på KS og

$$\bar{L} = \left(\frac{(1-\alpha)B}{m^p} \right)^{\frac{1}{\alpha}},$$

på LS.

Vi finder hermed afvigelsen fra st.st. til

$$\ell - \bar{\ell} = \alpha^{-1}(p - p^e).$$

Omskrevet til outputgabet (dvs. vi fjerner ℓ)

$$(1-\alpha)^{-1}(y - \bar{y}) = \alpha^{-1}(p - p^e)$$

$\Leftrightarrow$

$$p - p^e = \frac{\alpha}{1-\alpha}(y - \bar{y}) = \frac{\alpha}{1-\alpha}\hat{y}.$$

Vi anvender nu (71) og finder nye AS-AD udtryk

$$p = \bar{p} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(y - \bar{y}), \quad (AS')$$

$$p = \bar{p} - (y - \bar{y}) - \hat{k} + v. \quad (AD)$$

Reducér til at outputgabet kun afhænger af stød

$$\hat{y} = \frac{1}{1-\alpha}(v - \hat{k}).$$

Vi finder da variansen i outputgabet

$$V[\hat{y}] = (1-\alpha)^{-2}(\sigma_v^2 + \sigma_{\hat{k}}^2 = 0.0569694,$$

hvilket er knap. 50 gange større end variansen fundet i spm. 5!

Ad 2)

- Med løndannelsen fra tidligere model ($W/P^e = MRS/(1 - \tau)$) er kravet stigende i beskæftigelsen (da $L \uparrow \Rightarrow MRS \uparrow$) hvilket har en afdæmpende effekt på økonomien.
- Med løndannelsen som i spm. 6 ($W/P^e = m^w b^u$) er lønkravet *fast*. Der er således ingen kontracyklisk påvirkning fra løndannelsen til evt. efterspørgselsstød.

Opgave 19.3 - The welfare cost of output fluctuations

Introduktion

Samme model som i kapitlet, undtagen for den nye nyttefunktion

$$U(C, L) = \beta \ln C + (1 - \beta) \ln(1 - L), \quad \beta \in (0, 1), \quad (73)$$

Spørgsmål 1

Ad 1) - Find nyttegabet

Husk først hvordan en 2. ordens Taylor-approksimation af en funktion med to variable, $f(v, z)$ skrives som

$$\begin{aligned} f(v, z) \cong & f(\bar{v}, \bar{z}) + f'_v(\bar{v}, \bar{z})(v - \bar{v}) + f'_z(\bar{v}, \bar{z})(z - \bar{z}) + \frac{1}{2}f''_{vv}(\bar{v}, \bar{z})(v - \bar{v})^2 + \frac{1}{2}f''_{zz}(\bar{v}, \bar{z})(z - \bar{z})^2 \\ & + f''_{vz}(\bar{v}, \bar{z})(v - \bar{v})(z - \bar{z}), \end{aligned}$$

når $f''_{vz} = f''_{zv}$.

Vi finder først, hvor notationen lettes ved $f'_a \equiv f_a$,

$$\begin{aligned} U_c &= \frac{\beta}{C}, \\ U_L &= \frac{1 - \beta}{1 - L} \equiv \frac{1 - \beta}{F} = U_F, \\ U_{CC} &= -\beta C^{-2}, \\ U_{FF} &= -(1 - \beta)F^{-2}, \\ U_{CF} &= 0. \end{aligned}$$

Dette giver hermed

$$U(C, F) \cong U(\bar{C}, \bar{F}) + \frac{\beta}{\bar{C}}(C - \bar{C}) + \frac{1 - \beta}{\bar{F}}(F - \bar{F}) - \frac{\beta}{2\bar{C}^2}(C - \bar{C})^2 - \frac{1 - \beta}{2\bar{F}^2}(F - \bar{F})^2.$$

Vi kan da skrive afvigelsen i agentens nytte ift. st.st. niveauet som (approksimativt)

$$\Delta \equiv U(C, F) - U(\bar{C}, \bar{F}) \cong \beta \frac{C - \bar{C}}{\bar{C}} - \frac{\beta}{2} \left(\frac{C - \bar{C}}{\bar{C}} \right)^2 + (1 - \beta) \frac{F - \bar{F}}{\bar{F}} - \frac{(1 - \beta)}{2} \left(\frac{F - \bar{F}}{\bar{F}} \right)^2.$$

Anvend nu definitionen for F :

$$F - \bar{F} = 1 - L - 1 + \bar{L} = \bar{L} - L,$$

så

$$\frac{\bar{L} - L}{1 - \bar{L}} = \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \frac{\bar{L} - L}{\bar{L}} = -\Gamma \cdot \frac{L - \bar{L}}{\bar{L}},$$

hvormed vi får

$$\Delta \cong \beta \left(\frac{C - \bar{C}}{\bar{C}} - \frac{1}{2} \left(\frac{C - \bar{C}}{\bar{C}} \right)^2 \right) - (1 - \beta) \left(\Gamma \frac{L - \bar{L}}{\bar{L}} + \frac{1}{2} \left(-\Gamma \frac{L - \bar{L}}{\bar{L}} \right)^2 \right). \quad (\text{A})$$

Anvend nu approksimationen

$$\frac{\xi - \zeta}{\zeta} \cong \ln \left(\frac{\xi}{\zeta} \right),$$

og da vi definerer

$$c \equiv \ln C, \quad \hat{c} \equiv c - \bar{c} \quad \text{og} \quad \ell \equiv \ln L, \quad \hat{\ell} \equiv \ell - \bar{\ell},$$

giver det (med indsat Γ)

$$\Delta \cong \beta \left(\hat{c} - \frac{\hat{c}^2}{2} \right) - (1 - \beta) \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left(\hat{\ell} + \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \cdot \frac{\hat{\ell}^2}{2} \right). \quad (74)$$

Det fremgår, at for $\hat{c} > 0$ gælder en initial positiv velfærdseffekt, som dog modsvares af leddet $\hat{c}^2/2$. Det bemærkes her hvordan et (marginalt) positivt forbrugsgab ville kunne hæve samfundsnytten *over* LS niveauet. Hertil ville dog komme tab fra et følgende positivt beskæftigelsesgab, hvorfor vi endnu ikke kan fortolke den samlede effekt. Dette kommer vi til i spørgsmål 3.

Ad 2)

- Nytte i st.st. er $U(\bar{C}, \bar{F})$, så $\Delta \equiv U(C, F) - U(\bar{C}, \bar{F})$ bliver 'nyttegab'.
- Måler vi gabet i 'forbrugsenheder' ($U_C(\bar{C}, \bar{F})$) fås $\Delta/\bar{U}_C$.
- Ydermere ift. st.st. forbruget ($\bar{C}$) får vi

$$\frac{\Delta/\bar{U}_C}{\bar{C}} = \frac{\Delta}{\beta}.$$

- Dette giver da fra (74):

$$\frac{\Delta}{\beta} \cong \hat{c} - \frac{\hat{c}^2}{2} - \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left[\hat{\ell} + \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \frac{\hat{\ell}^2}{2} \right]. \quad (\text{B})$$

Ad 3)

- Omkostning ved fluktuationer i forbruget er 1. led, dvs.

$$\hat{c} - \frac{\hat{c}^2}{2}$$

- Omkostning ved fluktuationer i beskæftigelsen er 2. led, dvs.

$$\frac{1-\beta}{\beta} \frac{\bar{L}}{1-\bar{L}} \left[\hat{\ell} + \frac{\bar{L}}{1-\bar{L}} \frac{\hat{\ell}^2}{2} \right]$$

Nyttig info

Ligningerne fra bogen

$$m^w \equiv \frac{(W/P)(1-\tau)}{MRS(C:L)} = \frac{(W/P)(1-\tau)}{C^\theta L^\mu} > 1, \quad (6)$$

$$Y = BL^{1-\alpha}, \quad (7)$$

$$m^p \equiv \frac{MPL}{W/P} = \frac{(1-\alpha)BL^{-\alpha}}{W/P} = \frac{(1-\alpha)Y/L}{W/P} > 1, \quad (8)$$

$$\delta \equiv \frac{MPL}{MRS} = \frac{m^p m^w}{1-\tau}. \quad (9)$$

Fra (73) fås

$$MRS(C:L) = -\frac{U_L}{U_C} = \frac{(1-\beta)C}{\beta(1-L)}. \quad (75)$$

Spørgsmål 2

Ad 1) - FS forhold mellem beskæftigelse og fritid

Via (6) og (75):

$$m^w = \frac{W/P(1-\tau)}{MRS(C:L)} = \frac{W/P(1-\tau)}{(1-\alpha)C} \beta(1-L).$$

Via (8) og (7):

$$\begin{aligned} m^p &= \frac{MPL}{W/P} = \frac{(1-\alpha)BL^{-\alpha}}{W/P} \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{W}{P} &= \frac{(1-\alpha)B}{m^p L^\alpha}. \end{aligned}$$

Når $Y = BL^{1-\alpha}$, kan vi kombinere og få

$$m^w m^p L^\alpha = \frac{(1-\alpha)B(1-\tau)}{(1-\beta)C} \beta(1-L).$$

Når arbejderne får profit fra virksomheden og statens forbrug går til (repræsentative) agent er $C = Y$, hvorfor

$$\begin{aligned} \frac{m^w m^p}{1 - \tau} &= (1 - \alpha) \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{1 - L}{L} \\ \Leftrightarrow \\ \frac{L}{1 - L} &= (1 - \alpha) \frac{\beta}{1 - \beta} \delta^{-1}, \quad \delta \equiv \frac{m^w m^p}{1 - \tau}. \end{aligned} \quad (C)$$

På langt sigt bliver mark-up deres steady state værdi, $\bar{m}^w$ og $\bar{m}^p$, hvilket resulterer i

$$\frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} = (1 - \alpha) \frac{\beta}{1 - \beta} \bar{\delta}^{-1}, \quad \bar{\delta} \equiv \frac{\bar{m}^w \bar{m}^p}{1 - \tau}. \quad (76)$$

Ligning (76) beskriver forholdet mellem beskæftigelsen og fritiden i ligevægt.

Ad 2) - Fortolk

- Stærkere præference for forbrug har øger arbejdskraftudbud fra ønske om mere forbrug ift. fritid, $MRS \uparrow$
 $\beta \uparrow \Rightarrow U_L \downarrow \Rightarrow L^S \uparrow, \bar{L}^S \uparrow \Rightarrow F \downarrow, \bar{F} \downarrow \Rightarrow \frac{\bar{L}}{\bar{F}} \uparrow$
- Højere MPL $((1 - \alpha)Y/L)$ mindsker arbejdskraftefterspørgslen
 $\alpha \uparrow \Rightarrow MPL \downarrow \Rightarrow \bar{L}^D \Rightarrow \bar{L} \downarrow, \bar{F} \uparrow \Rightarrow \frac{\bar{L}}{\bar{F}} \downarrow$
- Større imperfektioner giver mindre forskel mellem beskæftigelse og 'fritid', dvs. både mindre arbejdskraftudbud og -efterspørgsel
 $\bar{\delta} \uparrow \Rightarrow \bar{L}^D \downarrow$ (fra $\bar{m}^w$), $\bar{Y}^D \downarrow$ (fra $\bar{m}^p$) og $\bar{L}^S \downarrow$ (fra τ) $\Rightarrow \bar{L} \downarrow, \bar{F} \uparrow$ (da 'afkast af at arbejde/gevinst af at ansættte' falder) $\Rightarrow \frac{\bar{L}}{\bar{F}} \downarrow$

Ad 3) - Efficient beskæftigelse

Fra mikro

Ressourceallokering under fuldkommen konkurrence uden forvridende incitamenter er pareto optimal.

De forvridende incitamenter er mark-ups og skat, hvorfor krav skal være

$$m^w = m^p = 1 \quad \wedge \quad \tau = 0.$$

Dette ville medføre

$$MRS = MPL.$$

Ekstra produktion ved én enhed ekstra arbejdskraft bliver netop dét, agenten kræver for at arbejde den enhed ekstra.¹⁷ For at opnå P.O. tilstand kræves da $\delta = 1$.

Men da

$$\delta \equiv \frac{m^w m^p}{1 - \tau} > 1,$$

kan $\bar{L}$ ikke være det efficiente beskæftigelsesniveau.

Intuitivt:

Arbejderne er villige til at arbejde mere, men pga. skat og mark-ups kan det ej betale sig.

Spørgsmål 3

Ad 1) - Find tab som funktion af outputgabet

Fra (7) og når al produktion forbruges i hver periode

$$c = y = \ln B + (1 - \alpha)\ell, \quad \ell \equiv \ln L.$$

Isolér nu ℓ

$$\begin{aligned} \ell &= (1 - \alpha)^{-1}(y - \ln B) \\ &\Rightarrow \\ \hat{\ell} &= (1 - \alpha)^{-1}\hat{y}, \quad \hat{\ell} \equiv \ell - \bar{\ell}. \end{aligned}$$

Hvilket anvendes i (B)

$$\frac{\Delta}{\beta} \cong \hat{y} - \frac{\hat{y}^2}{2} - \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left[\frac{\hat{y}}{1 - \alpha} + \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \frac{\hat{y}^2}{2(1 - \alpha)^2} \right].$$

Nu anvendes ligning (76):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{\beta} &\cong \hat{y} - \frac{\hat{y}^2}{2} - (1 - \alpha)\bar{\delta}^{-1} \left[\frac{\hat{y}}{1 - \alpha} + \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{\hat{y}^2}{2(1 - \alpha)\bar{\delta}} \right] \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\Delta}{\beta} &\cong \hat{y} - \frac{\hat{y}^2}{2} - \bar{\delta}^{-1} \left[\hat{y} + \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{\hat{y}^2}{2\bar{\delta}} \right] \\ &\Leftrightarrow \\ \frac{\Delta}{\beta} &\cong \underbrace{\hat{y} [1 - \bar{\delta}^{-1}]}_{1. \text{ ordens velfærdseffekt}} - \underbrace{\frac{1}{2} \hat{y}^2 [1 + \bar{\delta}^{-2}]}_{2. \text{ ordens velfærdseffekt}}. \end{aligned} \tag{D}$$

¹⁷Resultat fra Koopmans økonomi?

Det fremgår direkte af (D) hvordan den positive effekt af et outputgab (fra et forbrugsgabet) initialt skaber en positiv effekt på velfærdsgabet (via 1. ordens effekten, da $\bar{\delta} > 1$), men udlignes af 2. ordens velfærdseffekterne. Det bemærkes hvordan et lille, men positivt, outputgab ville kunne resultere i et lille, men positivt, velfærdsgab. Det bemærkes straks, hvordan kraftigere markedsimperfektionerne, $\hat{\delta} \uparrow$, lader 1. ordens velfærdseffekterne have større betydning for velfærdsgabet end effekterne af 2. orden.

Ad 2) - Effekt af markedsimperfektioner

$$\frac{\partial \Delta / \beta}{\partial \bar{\delta}} = \hat{y} \bar{\delta}^{-2} + \hat{y}^2 \frac{\beta}{1 - \beta} \bar{\delta}^{-3}.$$

Heraf ses, at

- $\frac{\partial \Delta / \beta}{\partial \bar{\delta}} > 0$ for $\hat{y} > 0$
 $\Rightarrow$ dvs. under højkonjunktur øges velfærdseffekten af markedsimperfektioner
- $\frac{\partial \Delta / \beta}{\partial \bar{\delta}} > 0$ for 'tilpas' $\hat{y} < 0$
 $\Rightarrow$ dvs. under meget kraftig recession kan velfærdseffekter 'assisteres' af markedsimperfektioner

Spørgsmål 4

Ad 1) - Forventet socialt tab

Tag (matematiske) forventning til blot Δ fra ligning (D)

$$E[\Delta] = \beta(1 - \bar{\delta}^{-1})E[\hat{y}] - \frac{\beta}{2}\left(1 + \frac{\beta}{1 - \beta}\bar{\delta}^{-2}\right)E[\hat{y}^2].$$

Da $E[\hat{y}] = E[y - \bar{y}] = E[y] - \bar{y} = 0$ og $E[\hat{y}^2] = \sigma_y^2$, får vi

$$E[\Delta] = -\frac{\beta}{2} \left(1 + \frac{\beta}{1 - \beta} \bar{\delta}^{-2}\right) \sigma_y^2 < 0. \quad (\text{E})$$

- Det ses tydeligt af (E) at afvigelsen fra st.st. nytten er negativ, hvorfor vi får et forventet velfærdstab.
- Velfærdstabet er *stigende* outputfluktuationen

Ad 2) - Sammenlign med ligning (22) i PBS

Husk lige ligning (22)

$$E\left[\frac{\Delta/\bar{U}_C}{\bar{C}}\right] \cong \frac{\theta\sigma_y^2}{2} + \frac{\mu\sigma_y^2}{2\bar{\delta}(1-\alpha)}, \quad \bar{\delta} \equiv \frac{\bar{m}^2\bar{m}^w}{1-\tau}. \quad (22)$$

For at sammenligne omskriver vi (D)

$$E[\Delta/\beta] = - \underbrace{\frac{1}{2}\sigma_{\hat{y}}^2}_{\text{Tab fra fluktuationer i C}} - \underbrace{\frac{\beta}{2(1-\beta)}\bar{\delta}^{-2}\sigma_{\hat{y}}^2}_{\text{Tab fra fluktuationer i L}}. \quad (\text{F})$$

- Forskellen ligger i forskellige nyttefunktioner
- Dette gør sammenligning svær (hvis ikke umulig)

FiXme

Note:

Typo i

PBS

løs-

ninger;

han har

et β for

meget

Ad 3)

Værdier fra tabel 2

Tabel 2: Parameterværdier

$\bar{m}^w$	$\bar{m}^p$	τ	α	$\frac{\bar{L}}{1-\bar{L}}$
1.2	1.2	0.36	1/3	1/2

Vi finder da β via (76)

$$\frac{\beta}{1-\beta} = \frac{\bar{L}}{1-\bar{L}} \cdot \frac{\bar{m}^w\bar{m}^p}{(1-\alpha)(1-\tau)}.$$

Indsæt værdierne fra tabel 2

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{1-\beta} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1.2)^2}{2/3 \cdot 0.64} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1.44}{0.64} \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{4} = \frac{27}{16}. \end{aligned}$$

Isolér nu β

$$\begin{aligned} \beta \left(1 + \frac{27}{16}\right) &= 1 \\ \Leftrightarrow \\ \beta &= \frac{16}{43}. \end{aligned}$$

FiXme

Note:

Typo i

PBS

løs-

ninger;

jvf. tidl.

nævnte

fejl

Ad 4)

Antagelse fra PBS: $\sigma_{\hat{y}}^2 = 0.02 \Rightarrow \sigma_{\hat{y}} = 0.0004$.

- Tab fra fluktuationer i forbruget

$$\frac{1}{2}\sigma_{\hat{y}}^2 = 0.0002 = 0.02pct.$$

- Tab fra fluktuationer i beskæftigelsen

$$\frac{\beta}{2(1-\beta)}\bar{\delta}^{-2}\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{27}{43} \cdot \frac{0.0004}{(9/4)^2} = 5.926 \times 10^{-5} = 0.005926pct.$$

- Hvormed det samlede tab bliver

$$E[\Delta/\beta] = 0.026pct.$$

Ad 5)

Tab fra PBS var på omkring 0.16pct.

Ad 6)

Vores estimat er derfor *meget* lavere.

Årsag? Evt. forskellig nyttefunktion..?

Ad 7) - Alternativt forhold

$$\frac{\bar{L}}{1-\bar{L}} = 1 \Rightarrow \frac{\beta}{1-\beta} = \frac{27}{8},$$

hvormed tabet fra beskæftigelsesfluktuationer bliver

$$0.018852pct.,$$

og det samlede tab bliver

$$E[\Delta/\beta] \cong -.032pct.$$

Dette er dog stadig langt fra PBS' estimat.

Spørgsmål 5

I dette spørgsmål udnytter vi theorem 3

Theorem 3. For $x \equiv \ln X$, $\bar{x} \equiv \ln \bar{X}$ og $\hat{x} \equiv x - \bar{x}$ følger approksimationen

$$\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \cong \hat{x} + \frac{\hat{x}^2}{2}. \quad (26)$$

Bevis. Denne sammenhæng kommer fra en anden ordens taylor udvikling af funktionen $\ln X$ omkring $\ln \bar{X}$.

Husk fra den generelle rækkeudvikling, at

$$f(X) = f(\bar{X}) + f'(\bar{X})(X - \bar{X}) + \frac{1}{2}f''(\bar{X})(X - \bar{X})^2 + R_3.$$

Så for $f(X) = \ln X$ får vi

$$\ln X \cong \bar{X}^{-1}(X - \bar{X}) - (2\bar{X}^2)^{-1}(X - \bar{X})^2,$$

når $R_3 \cong 0$. Dette reduceres hurtigt til

$$\ln X - \ln \bar{X} \cong \frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} - \frac{1}{2} \left(\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \right)^2.$$

Isolér nu og se, at

$$\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \cong \ln \left(\frac{X}{\bar{X}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \right)^2.$$

Det er meget vigtigt at se, hvordan (via samme argumenter)

$$\left(\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \right)^2 \cong \left(\ln \left(\frac{X}{\bar{X}} \right) \right)^2 + \underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \right)^3}_{=R_3}.$$

Da vi initialt antog $R_3 \cong 0$ bliver udviklingen af ovenstående derfor blot

$$\left(\frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \right)^2 \cong \hat{x}^2,$$

når vi anvender definitionen $\ln(X/\bar{X}) \equiv x - \bar{x} \equiv \hat{x}$, hvilket snildt ses at resultere i (26) □

FiXme
Note:
PBS
springer
lidt for
let hen
over
det på
side 572

Ad 1) - Nyt udtryk for nyttegab

Vi finder nu et udtryk for Δ fra ligning (A) ved hjælp af (26) i theorem 3

$$\Delta \cong \beta \left(\hat{c} + \frac{\hat{c}^2}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{C - \bar{C}}{C} \right)^2 \right) - (1 - \beta) \left(\frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left(\hat{\ell} + \frac{\hat{\ell}^2}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left(\frac{L - \bar{L}}{L} \right) \right)^2 \right).$$

Vi antager fortsat, at led af tredje orden er uden betydning ($R_3 = 0$) hvorfor eksempelvis $\left(\frac{C - \bar{C}}{C} \right)^2 = \hat{c}^2$. Dette giver os da

$$\Delta \cong \beta \left(\hat{c} + \frac{\hat{c}^2}{2} - \frac{\hat{c}^2}{2} \right) - (1 - \beta) \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left(\hat{\ell} + \frac{\hat{\ell}^2}{2} + \frac{\hat{\ell}^2}{2} \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \right).$$

Vi reducerer nu og får

$$\Delta \cong \beta \hat{c} - (1 - \beta) \frac{\bar{L}}{1 - \bar{L}} \left(\hat{\ell} + \frac{1}{1 - \bar{L}} \cdot \frac{\hat{\ell}^2}{2} \right),$$

hvilket omskrives med den naturlige arbejdsløshed ($\bar{u} \equiv 1 - \bar{L}$)

$$\Delta \cong \beta \hat{c} - (1 - \beta) \frac{1 - \bar{u}}{\bar{u}} \left(\hat{\ell} + \frac{\hat{\ell}^2}{2\bar{u}} \right) \quad (\text{G})$$

Ad 2) - Omform til outputgab, hvor B ej konstant

For sammenligning er ligning (30) stated

$$\delta \cong \hat{y}^e + \frac{\bar{\delta} - 1}{\bar{\delta}} (\hat{y} - \hat{y}^e) - \frac{1 + \mu}{2\bar{\delta}(1 - \alpha)} (\hat{y} - \hat{y}^e)^2. \quad (30)$$

Antagelse: B fluktuerer omkring $\bar{B}$, så med $b \equiv \ln B$ har vi $\hat{b} \equiv b - \bar{b}$.

Vi anvender, at al produktion bliver forbrugt ($c = y$), og omskriver ligning (7)

$$\hat{\ell} = \frac{\hat{y} - \hat{b}}{1 - \alpha}.$$

Dette anvendes nu i (G) sammen med (76)

$$\begin{aligned} \Delta &\cong \beta \hat{y} - (1 - \beta)(1 - \alpha) \frac{\beta}{1 - \beta} \bar{\delta}^{-1} \bar{u} \left(\frac{\hat{y} - \hat{b}}{1 - \alpha} + \frac{1}{2\bar{u}} \left(\frac{\hat{y} - \hat{b}}{1 - \alpha} \right)^2 \right) \\ &\Leftrightarrow \\ \Delta &\cong \beta \hat{y} - \frac{\beta}{\bar{\delta}} (\hat{y} - \hat{b}) - \frac{\beta}{2\bar{u}\bar{\delta}(1 - \alpha)} (\hat{y} - \hat{b})^2 \\ &\Leftrightarrow \\ \Delta &\cong \beta \hat{b} + \frac{(\bar{\delta} - 1)\beta}{\bar{\delta}} (\hat{y} - \hat{b}) - \frac{\beta}{2\bar{u}\bar{\delta}(1 - \alpha)} (\hat{y} - \hat{b})^2. \end{aligned} \quad (\text{H})$$

Vi vil nu finde det *efficiente* outputgab, dvs. det outputniveau (Y^e) hvor beskæftigelsen er på sit efficiente niveau. Beskæftigelsesniveauet er netop efficient når $MRS = MPL$ (Q: Hvorfor gælder dette?). Vi får da netop når $\theta = 1$

$$\begin{aligned} MRS &= MPL \\ C(L^e)^\mu &= (1 - \alpha)Y/L^e \\ L^e &= (1 - \alpha)^{\frac{1}{1+\mu}} (Y/C)^{\frac{1}{1+\mu}} = (1 - \alpha)^{\frac{1}{1+\mu}}, \end{aligned}$$

hvor sidste sammenhæng kommer af, at al produktion forbruges. Vi får da det efficiente outputniveau

$$Y^e = B(L^e)^{1-\alpha} = B(1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{1+\mu}}.$$

Det efficiente steady state outputniveau er et niveau uden stød til økonomien. Dvs. produktivitetsvariablen B bliver lig sit st.st. niveau $\bar{B}$, hvormed

$$\bar{Y}^e = \bar{B}(1 - \alpha)^{\frac{1-\alpha}{1+\mu}}.$$

Afvigelsen i det efficiente outputniveau fra sit st.st. ditto bliver da (udtrykt i log-form)

$$y^e - \bar{y}^e \equiv \hat{y}^e = b - \bar{b} + \frac{1 - \alpha}{1 + \mu}(1 - \alpha - (1 - \alpha)) = \hat{b}, \quad b \equiv \ln B.$$

Vi kombinerer nu denne erkendelse med (H) og finder

$$\Delta \cong \beta \hat{y}^e + \frac{(\bar{\delta} - 1)\beta}{\bar{\delta}}(\hat{y} - \hat{y}^e) - \frac{\beta}{2\bar{u}\bar{\delta}(1 - \alpha)}(\hat{y} - \hat{y}^e)^2. \quad (I)$$

Ad 3) - $\hat{y}$ vs. $\hat{y}^e$

- Det er vigtigt at se, at velfærdstab kommer af forskellen mellem faktiske outputgab og det *efficiente* ditto.
- Afvigelse fra LS outputniveau er *i sig selv* (læs: teoretisk) ikke noget problem. Kun forskellen mellem det efficiente gab og det faktiske gab resulterer i velfærdstab.
 - Grunden til dette ses af forventede velfærdstab fra forventningen til (I)

$$E[\Delta/\beta] \cong -\frac{1}{2\bar{u}\bar{\delta}(1 - \alpha)}V[\hat{y} - \hat{y}^e].$$

- Det forventede velfærdstab afhænger af variansen på forskellen mellem det faktiske outputgab og det efficiente.

- Udledes dette, får vi

$$V[\hat{y} - \hat{y}^e] = \sigma_{\hat{y}}^2 - \sigma_{\hat{y}^e}^2 - 2Cov(\hat{y}, \hat{y}^2),$$

- dvs. hvis des mindre det faktiske output varierer med det efficiente, des større velfærdstab vil vi opleve.
- Den skarpe studerende vil selvfølgelig se, at for $\hat{y} = \hat{y}^e$ vil der stadig være et velfærdstab på $\Delta \cong \beta \hat{y}^e$, fra netop teknologitilpasningen.
- Dette tab vil i forventningen dog være nul, da $E[\hat{y}^e] = E[\hat{b}] = E[b] - \bar{b} = 0$.

Opgave 19.4 - The goals of stabilization policy

Spørgsmål 1 - Hvorfor inflationsstabilisering?

- Shoeleather cost, menu cost osv. fra *positiv* inflation
- Stabil inflation hjælper ift. at forudsige realløn mv.
 - Arbejdstagers target er W/P^e
 - Virksomheden maksimerer II st. p^* (jf. kapitel 18 og Calvo modellen)
- Rammer realrenten via (typiske) IS-ligning, hvor agenter reagerer på *ex ante* realrente, mens nytte afhænger af *ex post* ditto.

Spørgsmål 2

Ad 1) - Argumenter for at undgå fluktuationer i u og y

- Fluktuationer medfører, for private agent, usikkerhed om fremtidig situation og dermed omkring nytte
 - Med aftagende marginalnytte foretrækkes et stabil forbrugsplan (forbrugsudjævning)
 - Fluktuationer rammer asymmetrisk (unge og ufaglærte fyres først, én gang fyret...)
 - Perfekte kapitalmarkeder *kunne* udjævne dette, via forsikring (adverse selection, moral hazard)
 - Effektiv stabiliseringspolitik ville kunne gøre det ud for en indkomstforsikring
- Usikkerhed, for virksomhed, omkring (mulig) afsætning, hvilket giver træghed i arbejdskraftsefterspørgsel
- Ydermere: Vanedannelse i nytten

Ad 2) - Faktorerens betydning på størrelsen SL ved fluktuationer i u og y

- Som analyseret i opgave 19.3 har specielt størrelsen af markedsimperfektionerne betydning
 - Dog modsatrettede effekter (afhængig af støddet, jf. spm. 5.3 på side 79)

Spørgsmål 3

Ad 1) - Hvorfor vil selv konstant π , $\Rightarrow SL > 0$

- Shoeleather cost
- Menu cost
- Ændrer på relative pris mellem aktuelt og fremtidigt forbrug
 - Realrenten er netop den (på LS) geninvestering der kræves for at bibevare aktivets værdi
 - Investor beskattes af nominelle rente/afkast
 - Inflation medfører forskel mellem nominelle og reale afkast
 - hvorfor inflationen således udhuler reelle værdi af at holde et aktiv

Ad 2) - Faktorer SP skal overveje ift. π^*

- Argument for lav π
 - Høj $\pi \Rightarrow$ (ofte) høj $V[\pi]$
- Argument for positiv/højere π
 - Problem med tab af mon.pol. nær ZLB
 - Arbejdstagere ej tilbøjelig til at acceptere $\Delta W \downarrow$, hvorfor $\Delta w \downarrow$ kun ved $\pi > 0$
- Derfor synes lav, men positiv, π at være optimal

Spørgsmål 4

Ad 1) - Faktorer der skal overvejes når π^* fastsættes

- Primært skal overvejes forskellen mellem det *efficiente* output og det *naturlige* output
- Det er det efficiente niveau, som bestemmer velfærdstab under konjunkturcyklen

Ad 2) - y^e vs y

$\Rightarrow \pi^{mulig}$ vs. π^{umulig}

Efficiente outputniveau skal tracks.

Ad 3)

Barro-Gordon model med suboptimal LV.

Efficiente steady state outputniveau er den mængde, som ville blive produceret, hvis der ikke var forvridninger og produktiviteten var på sit trendniveau. Som i opgave 19.3: $MRS = MPL$ og $\tau = 0 \dots$

Opgave 20.5 - Explaining time lags and their implications

Spørgsmål

Hvorfor timelags og hvad er konsekvensen af dem?

- *Inside lag*
 - Tiden der går fra problem opstår, til det erkendes, løsning vedtages og udføres
 - Lille ved pengepolitik, stort ved finanspolitik
- *Outside lag*
 - Tiden der går fra løsning implementeret til den faktiske effekt
 - Stor ved pengepolitik, lille ved finanspolitik

Hvordan kan pengepolitik snoge sig udenom timelags?

- Forecasting reducerer inside lag
- Pengepolitik bliver 'forecast stabilisering'
- Vigtigst: Utroligt kort *implementation lag*

Er timelags et større problem for finans- eller pengepolitik?

- Timelags snarere årsag til opdeling mellem *mål* for finans- og pengepolitik
- Finanspolitik
 - Lang implementation lag
 - Langsigtede effekter, mulighed for påvirkning af strukturelle karakteristika
 - Empirisk store tiltag og dermed store effekter
 - Empirisk mindre information om (fremtidig) strategi/adfærd
- Pengepolitik
 - Implementation lag er på sekunder
 - Klassisk dikotomi på langt sigt

- Empirisk mindre tiltag og dermed mindre effekter
- Empirisk mere information tilgængelig og mere åben om fremtidig adfærd
- Herfra grobund for argumentet om at lade (uafhængig) CB styre KS stabiliseringspolitik.
- Staten (politikerne) skal da tage sig af de langsigtede planer.

Opgave 23.2 - Alternative monetære og valutakurs regimer

Spørgsmål 1

Ad 1) IMF's klassificering af alternative regimer

1. 'Hard peg'

- Valuta (per lov) ombyttes *eksakt* ift. ankerøkonomi
- Inkluderer 'dollariserede' økonomier, Eurolandene og de med 'currency board', dvs. at egen valuta udstedes med sikkerhed i fremmed valuta
- Pengebasen udvikles perfekt med ankerøkonomien

2. Flydende kurs

- Valutakurs fastsættes på markedsbasis
- Flere økonomier følger dog en 'beskidt' kurs, hvor CB intervenserer på markedet for at holde fluktuationer nede

3. 'Intermediate regimes'

- CB administrerer en fast, men justerbar valutakurs
- Kunne være et udsvingsbånd rundt om ankerøkonomien

Ad 2) Hvorfor synes valg af regime at være polariseret

Ved den stigende internationale kapitalmobilitet (specielt mere fri mobilitet) har øget risici for spekulative angreb på en økonomi med fast, men justerbar, valutakurs.

Netop når store summer flytter sig på de internationale markeder, vil en forventet devaluering kunne resultere i en selvopfyldende profeti! Krugman var første (i '70erne) til at beskrive hvornår en CB kunne løbe tør for (fremmed) valuta og dermed blive tvunget til at devaluere egen valuta.

En økonomi som ønsker at håndhæve en fast valutakurs er derfor tvungen til at sidde på en betydelig valutareserve.

Spørgsmål 2

Det økonomiske trilemma

Trilemmaet opstår da et givent monetært regime ikke kan beside kontrol over de tre 'mål'

- Frie kapitalbevægelser
- Fast valutakurs
- Uafhængig pengepolitik

Fra teorien om den udækkede renteparitet ('Uncovered Interest Rate Parity', UCP) forudsat frie kapitalbevægelser må renten være givet ved ingen arbitrage betingelsen

$$i = i^f + e_{+1}^e - e. \quad (\text{A})$$

Betingelsen for, at der ikke er arbitrage på valutamarkedet er, at den indenlandske rente netop er udlandets ditto (se det som et 'bundet' af renter) plus den forventede *depreciering* af den indenlandske valuta. Den forventede depreciering illustrerer da det forventede kapitaltab af at holde indenlandsk valuta.

Vi har da følgende

- Fast valutakurs
 - Da må $e_{+1}^e = e$
 - $\Rightarrow i = i^f$, dvs. renten er perfekt bundet ankerøkonomiens ditto
 - $\Rightarrow$ ej uafhængig pengepolitik
 - Eksempel: DK, Eurolande (internt)
- Uafhængig pengepolitik
 - Da er $i \neq i^f$
 - $\Rightarrow e$ og e_{+1}^e justeres endogent
 - Eksempel: Sverige, EU (under ét), USA
- Ej frie kapitalbevægelser
 - Da holder (A) ej længere.
 - Valutakursen styres af CB som fører (intern) pengepolitik uafhængigt af ankerøkonomi
 - Eksempel: Kina

Hvordan er trilemmaet taklet over tid?

Se tabel 23.2 på side 696.

- Flere lande gået væk fra 'mellem-mål' (a lá DK)
- Enten til hård binding eller flydende kurs (se fig. 23.6 på side 698)
- Argument for dette
 - Større kapitalmobilitet medfører (risiko for) kraftigere spekulative angreb
 - Lande med 'blød' valutakurs politik er 'nemme' ofre
 - Spekulative angreb kan koste på realøkonomien (EMS '92-93, Peso-krisen '94, Tigerøkonomierne '97, Rusland '98 m.fl)
- Alternativt: NØT nr. 2, 2009, s. 216: The monetary-policy regime and the development in central macro-economic variables in the OECD countries 1970-2005, Anders M. Christensen og Niels L. Hansen.

Opgave 23.3 - Permanente stød under relative løntilpasning

Bemærk. Der efterspørges til langsigtseffekter for en lille åben økonomi, hvor vi antager, at købekraftspariteten og at teorien om udækket renteparitet holder.

Dermed må den reale valutakurs mellem to økonomier være ens. Vi burde da få, at i den lange bane vil e^r altid være lig 1.

Oplever økonomien så et stød til en grundlæggende (og evt. real) variabel da vil der kun være en effekt på den reale valutakurs på den korte bane indtil langsigtslige vægten, hvor $e^r = 1$, igen findes.

Nedenstående præsenterer dog en gennemgang af stød, som er konsistent med rettevejledningen fra PBS.

$$(SRAD) \quad y = \bar{y} + \beta_1(e_{-1}^r + \Delta e + \pi^f - \pi) - \beta_2(i^f - \pi_{+1}^e + \Delta e^e - \bar{r}^f) + \tilde{z} \quad (26)$$

$$\tilde{z} \equiv \beta_3(g - \bar{g}) + \beta_4(y - \bar{y}) + \beta_5(\ln \epsilon - \ln \bar{\epsilon}),$$

$$(LRAD) \quad e^r = \beta_1^{-1}[y - \bar{y} - z], \quad (43)$$

$$z \equiv -\beta_2(r^f - \bar{r}^f) + \beta_3(g - \bar{g}) + \beta_4(y^f - \bar{y}^f) + \beta_5(\ln \epsilon - \ln \bar{\epsilon}),$$

$$(SRAS) \quad \pi = \pi^e + \gamma(y - \bar{y}) + s, \quad s \equiv (1 + \gamma)(\ln \bar{a} - \ln a), \quad (41)$$

$$(LRAS) \quad y = \bar{y}, \quad (44)$$

$$\beta_1 \equiv \frac{\bar{E}^r \tilde{D}_E}{\bar{Y}(1 - \tilde{D}_Y)} > 0,$$

$$\beta_2 \equiv \frac{-\tilde{D}_r}{\bar{Y}(1 - \tilde{D}_Y)} > 0,$$

$$\beta_3 \equiv \frac{\bar{G}}{\bar{Y}(1 - \tilde{D}_Y)} > 0.$$

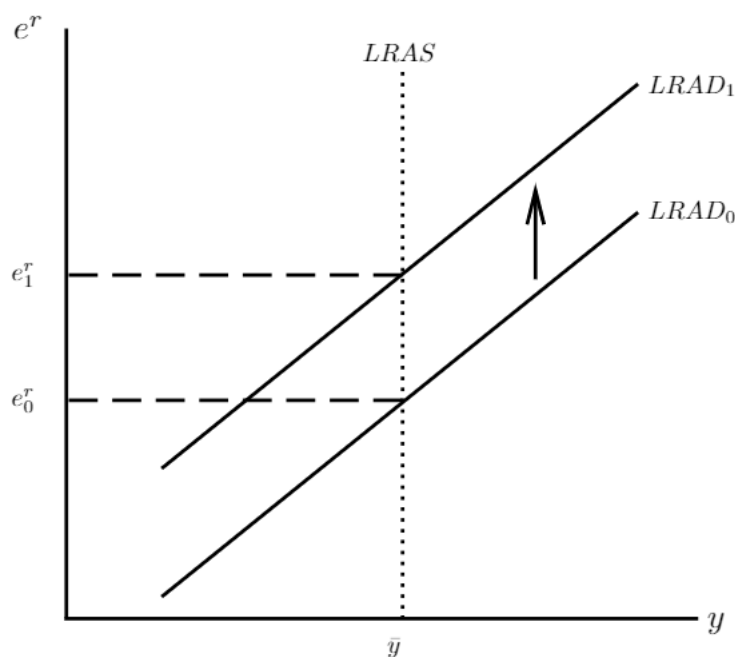
Afledte af efterspørgslen D er defineret ved

$$\tilde{D}_i \equiv \frac{\partial D}{\partial i} + \frac{\partial NX}{\partial i}.$$

Spørgsmål 1 - Permanent $r^f \uparrow$

- $\frac{\partial e^r}{\partial r^f} = \beta_1^{-1} \beta_2 > 0$
- Stiger fremmed realrente, øges verdensmarkeds efterspørgsel efter denne valuta

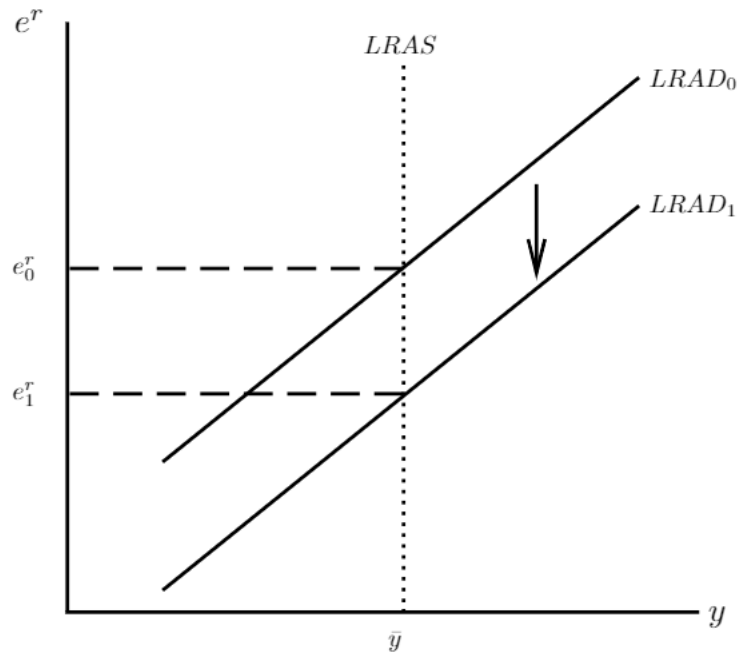
- Dette medfører en real depreciering af indenlandske valuta (e måler eks. antal DKR/EURO)
- LRAD kurven flytter dermed *opad*, se figur 12
- $r^f \uparrow \Rightarrow e^{rf} \downarrow \Rightarrow NX \downarrow \Rightarrow e^r \uparrow$



Figur 12: En permanent stigning i udenlandsk realrente

Spørgsmål 2 - Permanent $g \uparrow$

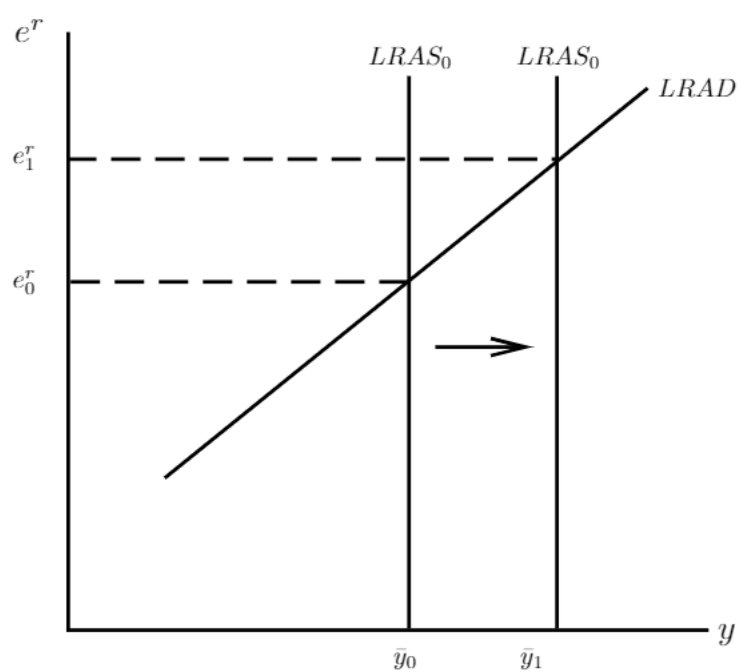
- $\frac{\partial e^r}{\partial g} = -\beta_1^{-1}\beta_3 < 0$
- LS forbrug er konstant, hvorfor der sker en crowding væk effekt fra den private efterspørgsel efter indenlandske varer og service
- Da den indenlandske realrente er bundet af den udenlandske, sker crowding out effekten via et fald i konkurrenceevnen, som sænker nettoeksporten
- Der sker således en *appreciering* af valutakursen
- LRAD kurven rykker dermed *nedad*, se figur 13
- $g \uparrow \Rightarrow NX \downarrow \Rightarrow e^r \downarrow$



Figur 13: En permanent stigning i indenlandsk offentligt forbrug

Spørgsmål 3 - Permanent $a > \bar{a}$

- $\Rightarrow s < 0 \Rightarrow y > \bar{y}$ på langt sigt
- LRAS rykker til højre, se figur 14
- Når teknologivæksten permanent øges, skubbes produktiviteten permanent over LS niveau
- $a \uparrow \Rightarrow \bar{y} \uparrow \Rightarrow NX \uparrow \Rightarrow e^r \uparrow$



Figur 14: En permanent stigning i indenlandsk produktivitet

Opgave 24.1 - Issues in the theory of the open economy with fixed exchange rates

Spørgsmål 1

Ad 1) Mon. pol. impotent ved fast val. kurs

Når økonomien praktiserer fri kapitalmobilitet og vi antager, at teorien om udækket renteparitet holder, ved vi fra opgave 23.2 (se side 87) at betingelsen for, at der ikke er arbitrage på valutamarkedet er givet ved

$$i = i^f + e_{+1}^e - e. \quad (1)$$

Ved (sand) fast valutakurs bliver den forventede valutakurs i næste periode netop lig valutakursen økonomien oplever i denne periode, dvs.

$$e_{+1}^e = e \quad \Rightarrow \quad i = i^f.$$

Økonomien må da sætte sin nominelle rente lig den ditto for ankerøkonomien, hvorfor økonomien reelt har opgivet sin autonome pengepolitik.

Ad 2) Grunde til at opgive mon.pol. alligevel

Vi har lidt været inde på grundene i opgave 23.2, se igen side 87.

- Hvis ankerøkonomi er stor samhandelspartner
 - Fjerner fluktuationer i importpriser (både til producent og forbruger)
 - Fjerner fluktuationer i eksportpriser (eller i profit for afsættende producenter)
 - $\Rightarrow$ Fjerner usikkerhed omkring valutakursen
 - Fjerner reale effekter (på KS) af fluktuationer i valutakursen
- Overtage ankerøkonomis stabilitet
- Overtage ankerøkonomis troværdighed (fra deres CB)
- 'Overshooting' af valutakursen
 - Valutakurs stiger/falder kraftigt over/under LS niveau ved et fin.pol. indgreb
 - Uhensigtsmæssige effekter på realøkonomien
 - Dornbush modellen

Spørgsmål 2 - Basale tilpasningsmekanismer ift. lukket økonomi

Fast valutakurs

- AD-kurven tager tilpasningen
- Realrenten er bestemt af verdensmarkedet (lille øko.)
- Samlede produktion er fastsat
- Efterspørgslen efter varer og service produceret i øko. er givet af *national* og *international* efterspørgsel
 - Tilpasninger fra LSLV går da gennem nettoeksporten, NX , via
 - Valutakursen (nominelle på KS), som påvirker den internationale efterspørgsel på indenlandske producerede varer og service
 - Ændringer i denne, e , påvirker NX og dermed AD indtil LSLV igen er opnået
- Men da vi har fastkurs
 - Er denne jo fast, $e = e_{+1}$, hvorfor tilpasningen må ske gennem den *reale valutakurs*, via

$$\begin{array}{ll} \text{(AD)} & \pi = e_{-1}^r + \pi^f - \beta_1^{-1}(y - \bar{y} - z), \quad (7) \\ \text{(AS)} & \pi = \pi^f + \gamma(y - \bar{y}) + s, \quad (8) \\ \text{Real valutakurs} & e^r = e_{-1}^r + \pi^f - \pi. \quad (9) \end{array}$$
 - Bemærk hvordan LSLV medfører $e^r = 0 \Rightarrow E^r = 1$, når $\pi^f = \pi$
- Det ses tydeligt af (7) og (8), at tilpasninger i modellen i et (y, π) -rum sker via AD-kurven.
- Ved lidt algebra ses dog, at i et (y, e^r) -rum har vi en tilpasning som vi kender, med ryk i AS-kurven.
- I en recession $y < \bar{y}$
 - vil inflationen falde under ankerøkonomis $\pi < \pi^f$
 - dette medfører en real *depreciering* af valutakursen $e^r > e_{-1}^r$
 - hvilket, hvis Marshall-Lerner betingelsen holder (tilstrækkeligt)¹⁸, rammer nettoeksporten positivt $\frac{\partial NX}{\partial e^r} > 0$.

¹⁸Via en forbedret konkurrenceevne.

- Den 'forbedrede' nettoeksport betyder større efterspørgsel efter indenlandske varer og service, hvilket skubber AD-kurven *opad*
- Argumenterne er analoge, omend modsatrettede, for et initialt boom

Ift. den lukkede økonomi

- Den store forskel er, at i den lukkede økonomi sker tilpasningen ved at CB ændrer den nominelle rente, i , som via substitutionseffekten mindsker/øger den samlede efterspørgsel.
- I den åbne med faste renter holder CB den nominelle rente fast, hvorfor *realrenten*, r , ændres, som dermed påvirker den reale valutakurs, dermed nettoeksporten som da påvirker den samlede efterspørgsel.

Spørgsmål 3 - Devaluering neutral på LS?

Klassisk dikotomi...

Spørgsmål 4 - Intermediate regimer og udfordringen

Ad 1) Forvetningseffekter

- Markedet reagerer på signalet om evt. devaluering allerede fra signalet er udsendt, også selvom CB officielt først devaluerer på et senere tidspunkt
- For at en devaluering under fastkurs skal have effekt kræves derfor, at den kommer *uventet*
- Dette giver naturligvis spekulationer i markedet på hvorvidt og da hvornår en evt. devaluering vil opstå.

Ad 2)

- Et fast, men justerbart, regime vil (måske) ændre valutakursen periodisk
 - Opstår disse de- eller revalueringer ofte vil agenter begynde at forvente ofte de- eller revalueringer
 - Frygt for eks. en devaluering vil presse renten op i markedet
 - Presses renten op i markedet vil dette påvirke valutakursen i retning af en devaluering af valutaen, se (1)

- En fast, men justerbar, valutkurs giver dermed risiko for selvopfyldende forventninger

Spørgsmål 5 - Spekulative angreb

Ad 1) og 2)

- Spekulation mod en valuta er meget billig
- De mulige gevinster er meget store
- I et svagt øjeblik, dvs. hvor CBs valutaeserver er lave, kan forventede gevinst pludselig bliver stor
- Hermed bliver spekulation 'det eneste mulige'...

Opgave 24.2 - Midlertidige og permanente stød i den åbne økonomi med fast valutakurs

Introduktion

De nødvendige ligninger

$$(AD) \quad \pi = e_{-1}^r + \pi^f - \beta_1^{-1}(y - \bar{y} - z), \quad (7)$$

$$z \equiv -\beta_2(r^f - \bar{r}^f) + \beta_3(g - \bar{g}) + \beta_4(y^f + \bar{y}^f) + \beta_5(\ln \epsilon - \ln \bar{\epsilon}),$$

$$(AS) \quad \pi = \pi^f + \gamma(y - \bar{y}) + s, \quad (8)$$

$$\text{Reale valutakurs} \quad e^r = e_{-1}^r + \pi^f - \pi. \quad (9)$$

Vi tager udgangspunkt en langsigts ligevægt, dvs. uden stød. Vi ser da af (7), (8) og (9) at denne netop et kendetegnet ved

$$(y, \pi, e, e^r, g, r^f, \ln \epsilon)' = (\bar{y}, \pi^f, e^*, 0, \bar{g}, \bar{r}^f, \ln \bar{\epsilon})'. \quad (A)$$

Spørgsmål 1 - Permanent $g \uparrow$

Ad 1) og 2) Tegn

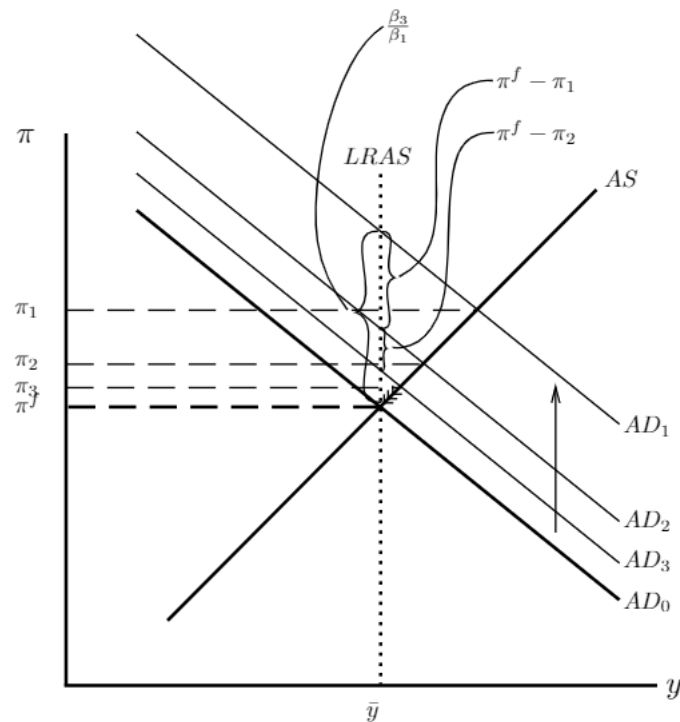
Den initiale effekt bliver

$$\frac{\partial \pi}{\partial g} = \frac{\beta_3}{\beta_1} > 0.$$

- En permanent stigning i det offentlige forbrug øger, initialt, den samlede efterspørgsel
- hvilket får AD-kurven til at rykke *opad*
- Dette og transitionen er illustreret i figur 15

Ad 3) Fortæl

- $g \uparrow$ øger den samlede efterspørgsel efter indenlandske varer og service
- pga. fast udbud stiger LV pris $\Rightarrow \pi \uparrow$
- Vi er nu i en situation hvor $\pi^f - \pi < 0$, hvorfor der må ske en real *appreciering* af valutakursen for at fastholde den nominelle valutakurs

Figur 15: En permanent stigning i g 

- Dette medfører da en 'forværring' af konkurrenceevnen, hvilket får efterspørgslen efter indenlandske varer og service til at falde
- AD kurven må da rykke *nedad*
- Vi har dog stadig en situation hvor $\pi^f - \pi < 0$, hvorfor der fortsat må ske en real *appreciering*
 - Dette leder igen til en 'forværring' af konkurrenceevnen, hvilket igen får efterspørgslen efter indenlandske varer og service til at falde
 - AD kurven rykker da *yderligere* nedad
- Således fortsættes denne konstante appreciering af den reale valutakurs igen LSLV igen er nået.

Ad 4) Langsigtseffekten på den reale valutakurs

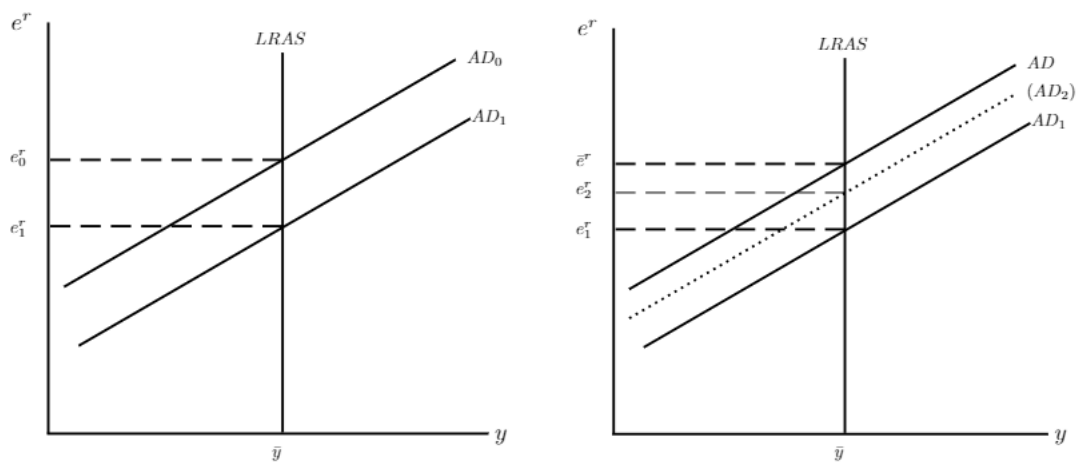
Klassisk dikotomi svarer på meget.

Resten ses klart af (A).

Bemærk. PBS ville gerne, at vi illustrerede, at der på langt sigt sker et fald i AD, dvs. $LRAD \downarrow$. Dette ses af diagram (a) i figur 16.

Dette er dog i modstrid med PPP som netop dikterer, at på langt sigt bør købekraftspariteten holde, dvs. $\bar{E}^r = 1$, hvormed $\bar{e}^r = 0$ og dermed har en permanent stigning i det offentlige forbrug ingen effekt på den reale valutakurs i det lange løb!

Fra (9) har vi, at der som sådan ikke er defineret et fast niveau for $\bar{e}^r$. Dog fremgår tydeligt af (8), hvordan et steady state uden stød medfører $\pi = \pi^f$, hvilket fra (7) resulterer i $e_{-1}^r = 0$. Anvender vi dette i (9) får vi da netop $\bar{e}^r = 0$. Dette er illustreret i diagram (b) i figur 16. Bemærk her hvordan der ikke er specificeret en transition. Dette er ladet op til læseren via ovenstående modelligninger.



(a) Illustrering hvor permanent $g \uparrow$ på langt sigt giver $e^r \downarrow$ (svar fra rettevejledning)

(b) Illustrering med PPP, dvs. $\bar{e}^r = 1$ på langt sigt, jvf. modelligningerne (modstrid med rettevejledning)

Figur 16: Permanent stigning i det offentlige forbrug, $g \uparrow$

Spørgsmål 2 - Midlertidigt $z \downarrow$

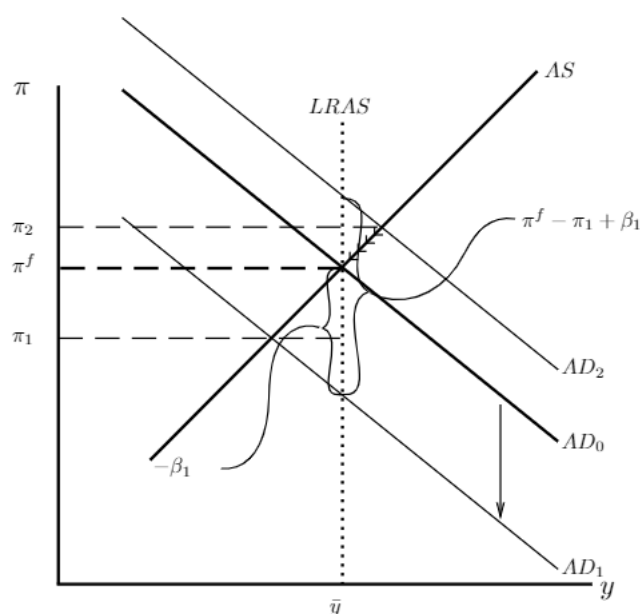
Ad 1) Tegn

Initiale effekt på AD kurven

$$\frac{\partial \pi}{\partial z} = \beta_1 > 0,$$

dvs. for $z \downarrow \Rightarrow \pi \downarrow$.

- Et negativt stød, $z \downarrow$ får dermed AD-kurven til at rykke *nedad*
- Dette er illustreret i figur 17

Figur 17: Midlertidigt negativt efterspørgselsstød, $z \downarrow$ 

Ad 2) Fortæl

- Primært rammes økonomi af recession pga. faldende efterspørgsel
- Da kun midlertidigt stød *tenderer* AD til at rykke tilbage på LS niveau
- Dog betyder en lavere inflation ift. ankerøkonomi, $\pi^f - \pi > 0$, at den reale valutakurs må *depreciere*, se (9)
- Vi får dermed, at AD rykker *opad* pga. den 'forbedrede' konkurrenceevne
- Økonomien havner nu i en *højkonjunktur*
- Herefter sker standard (for åben øko.) transition via AD-kurven ved en tiltagende *appreciering* af reale valutakurs indtil LS niveau igen opnået.

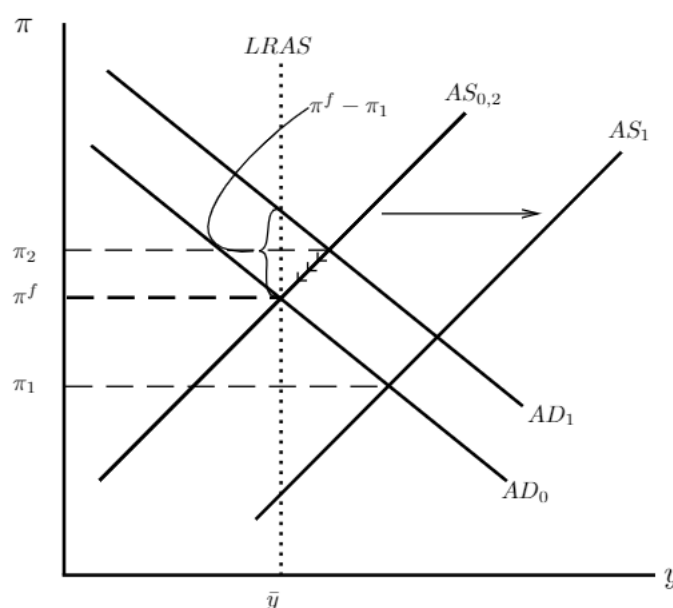
Spørgsmål 3 - Midlertidigt $s \downarrow$

Ad 1) Tegn

Initiale effekt på AS kurven

$$\frac{\partial \pi}{\partial s} = 1 > 0,$$

dvs. at

Figur 18: Midlertidigt positivt udbudsstød, $s \downarrow$ 

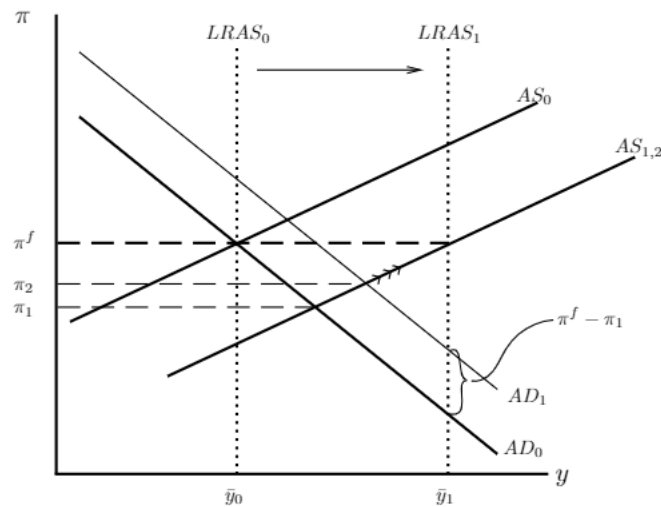
- et positivt udbudsstød vil skubbe AS kurven *udad*
- Dette er illustreret i figur 19

Ad 2) Fortæl

- Udbuddet stiger pludselig hvilket lader økonomi opleve en højkonjunktur med inflation *under* LS niveau
 - Dette skyldes at et større udbud (for enhver pris) medfører en real depreciering af valutaen og dermed en 'forbedring' af konkurrenceevnen
- Da stød midlertidigt, ryger AS hurtigt tilbage på LS niveau igen
- Økonomi oplever stadig højkonjunktur, men nu klassisk - dvs. med inflation over LS niveau
- Herfra sker transition via gradvis *apprecering* af valuta og dermed 'forringelse' af konkurrenceevnen

Ad 3) Hvorfor persistens i støddet?

Persistensen skyldes netop, at udbudsstøddet rykker det faktiske inflationsniveau væk fra LS niveauet, dvs. ankerøkonomiens LS (forventede) inflationsniveau. Det reale byt-

Figur 19: Et permanent positivt udbudsstød, $s \downarrow$ 

teforhold må nu *depreciere* for at holde den nominelle valutakurs konstant. Den reale depreciering 'forbedrer' konkurrenceevnen og får dermed den samlede efterspørgsel til at stige, hvorfor AD-kurven rykker opad.

Selvom udbudsstøddet således kun påvirker udbudssiden i én periode, får støddet langvarig effekt pga. påvirkningen på den reale valutakurs.

Spørgsmål 4 - Permanent $s \downarrow$

Ad 1) Tegn

Initiale effekt (numerisk) som i forrige spørgsmål. Forskellen er dog, at

- et permanent positivt udbudsstød rykker LRAS kurver udad
- Dette er illustreret i figur 19

Ad 2) Fortæl

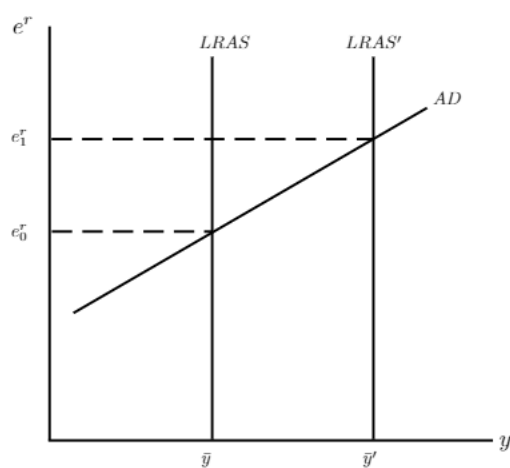
- Et permanent udbudsstød øger LS produktionsniveauet for økonomien
- Effekten i første periode er den samme som for et midlertidigt udbudsstød,
 - AS rykker udad
 - økonomi oplever højkonjunktur med inflation under LS niveau

- Forskel er nu, at AS ikke rykker tilbage til tidligere niveau, men til det niveau som passer med LS fastkurspolitikken. AS skærer således LRAS i punktet $(\bar{y}', \pi^f)$.
- AD-kurven rykker fortsat *opad* da $\pi^f - \pi > 0$, hvormed real valuta *deprecierer*
- Forskellen er blot, at transitionen følger den første LV, da også i næste periode sker en real depreciering
- Økonomien oplever dermed transition til LS niveau via en konstant real depreciering

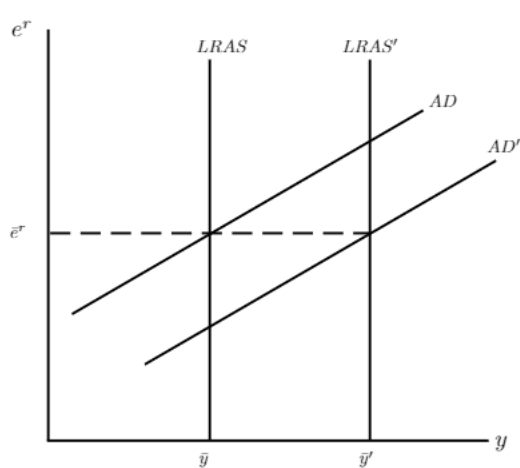
Ad 3)

Tja som i spørgsmål 1 drister jeg mig en alternativ besvarelse ift. PBS.

- PBS finder
 - LRAD er fast på LS
 - Da LRAS rykker udad, må økonomien dermed opleve en
 - real *depreciering* af sin valuta på LS og dermed en 'forbedret' bytteforhold
 - Dette er illustreret i diagram (a) fra figur 20
- Alternativt
 - kan man studere modelligningerne, som netop fortæller, at på LS må (A) gælde, hvorfor $\bar{e}^r = 0$
 - Dette er netop opfyldt ved at lade både LRAS og LRAD rykke samme afstand udad så vi nu har LV i punktet $(\bar{y}', \bar{e}^r)$.
 - Dette er illustreret i diagram (b) fra figur 20



(a) Illustrering hvor permanent $s \downarrow$ på langt sigt giver $e^r \uparrow$ (svar fra rettevejledning)



(b) Illustrering med PPP, dvs. $\bar{e}^r = 1$ på langt sigt, jvf. modelligningerne (modstrid med rettevejledning)

Figur 20: Permanent positivt udbudsstød, $s \downarrow$

Appendiks

Finanspolitik med lag

Denne modelgennemgang kan synes en anelse udfordrende og er naturligvis ikke pensum. Tag udgangspunkt i samme model som i opgave 18.A på side 47, hvor finanspolitikken reagerer på sidste periodes outputgab. Modellen ses nedenfor, hvor ligning (4') er i fokus.

$$y_t = \bar{y} + \alpha_1(g_t - \bar{g}) - \alpha_2(r_t - \bar{r}) + v_t, \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0, \quad (1)$$

$$r_t \equiv i_t - \pi_{t+1}^e, \quad (2)$$

$$i_t = \bar{r} + \pi_{t+1}^e + h(\pi_t - \pi^*), \quad h > 0, \quad (3)$$

$$g_t = \bar{g} - k(y_{t-1} - \bar{y}), \quad k > 0, \quad (4')$$

$$\pi_t = \pi_t^e + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t, \quad \gamma > 0, \quad (5)$$

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}. \quad (6)$$

Modelløsning

Indsæt (2)–(4') i (1) for at finde AD-kurven:

$$\begin{aligned} y_t &= \bar{y} + \alpha_1(-k(y_{t-1} - \bar{y})) - \alpha_2(h(\pi_t - \pi^*)) + v_t \\ &\Leftrightarrow \\ y_t &= (1 + \alpha_1 k)\bar{y} - \alpha_1 k y_{t-1} - \alpha_2 h(\pi_t - \pi^*) + v_t. \end{aligned} \quad (11)$$

AS-kurven findes simpelt ved en kombination af (5) og (6):

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \gamma(y_t - \bar{y}) + s_t. \quad (12)$$

Udtrykt i afvigelse fra langsigts niveau:

$$\hat{y}_t = -\alpha_1 k \hat{y}_{t-1} - \alpha_2 h \hat{\pi}_t + v_t, \quad (13)$$

$$\hat{\pi}_t = \hat{\pi}_{t-1} + \gamma \hat{y}_t + s_t. \quad (14)$$

Til sammenligning states afvigelsen fra steady state niveau for modellen uden lag i finanspolitikken (opgave 18.A på side 47), hvor 'gl' i det følgende refererer til at vi anvender nedenstående relationer,

$$\hat{y}_t^{gl} = -\frac{\alpha_2 h}{1 + \alpha_1 k} \hat{\pi}_t^{gl} + \frac{1}{1 + \alpha_1 k} v_t, \quad (15)$$

$$\hat{\pi}_t^{gl} = \hat{\pi}_{t-1}^{gl} + \gamma \hat{y}_t^{gl} + s_t. \quad (16)$$

Steady state

Det bemærkes direkte fra (11) og (12) at når steady state ligevægten er karakteriseret ved ikke at opleve forventningsfejl, hvormed $\pi_t^e = \pi_t$ hvormed inflationen er fast, så $\pi_t = \pi_{t-1}$ hvilket resulterer i fast output $y_t = y_{t-1}$. Steady state ligevægten karakteriseres da ved følgende

$$\begin{aligned} y^{SS} &= \bar{y}, \\ \pi^{SS} &= \pi^*. \end{aligned} \tag{17}$$

Grafisk fremstilling

Omskriv AD-kurven fra (11) til

$$\pi_t = \pi^* + \frac{1}{\alpha_2 h} \bar{y} - \frac{1}{\alpha_2 h} y_t - \frac{\alpha_1 k}{\alpha_2 h} \hat{y}_{t-1} + \frac{1}{\alpha_2 h} v_t. \tag{18}$$

Vi kan da fremstille AS-AD modellen grafisk i et (y, π) -diagram via (12) og (18). Det bemærkes at LRAS-kurven (som sædvanlig) er lodret igennem $\bar{y}$ og steady state punktet er givet fra (17). AS-kurven har en positiv hældning, men AD-kurven har en negativ. Diagrammet illustreres derfor som vi kender den, selvom hældningen på AD-kurven bliver mindre ($\frac{\partial \pi_t}{\partial y_t} = -\frac{1}{\alpha_2 h} < \frac{1+\alpha_1 k}{\alpha_2 h} = \frac{\partial \bar{\pi}_t}{\partial \bar{y}_t}$).

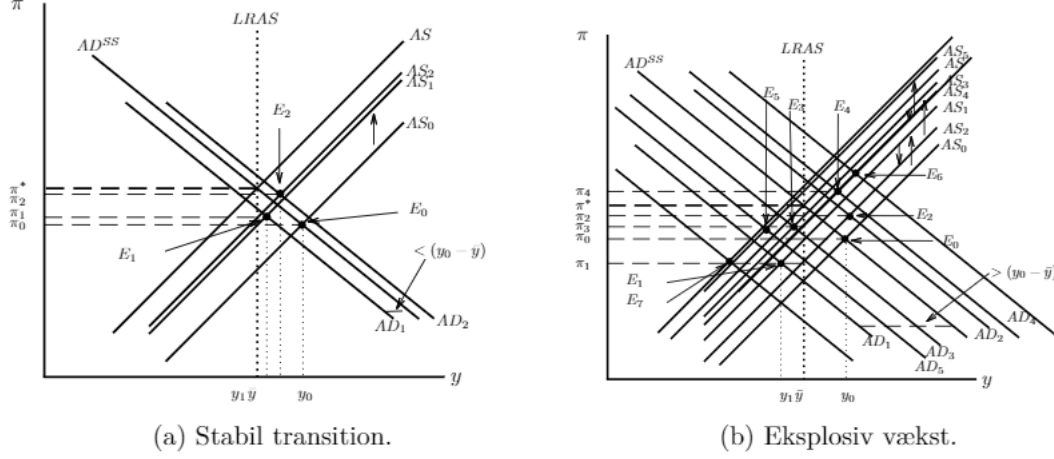
Forskellen ligger i transitionen tilbage til steady state ved et stød. Tilpasningen er illustreret i figur 21. Bemærk hvordan AD-kurven i transitionen svinger omkring sit langsigt-sleje. I tilpasningen oplever AS-kurven interti pga. systematiske fejl i inflationsforventningerne. AD-kurven oplever også interti da det laggede outputgab påvirker det offentlige forbrug, hvilket rykker AD-kurven horisontalt i diagrammet. AD-kurven svinger dermed omkring langsigts AD-kurven, AD^{SS} .

Det bemærkes at fører staten en mere aggressiv kontracyklisk finanspolitik (dvs. stor k) påvirker dette *ikke* AD-kurvens hældning. Konvergensthastigheden (samt muligheden for overhovedet at konvergere) ændres dog drastisk. En højere k betyder, at AD-kurven rykker mere horisontalt under tilpasningen. For en tilpas stor k , vil AD-kurven ikke konvergere mod AD^{SS} , hvorfor økonomien vil være ustabil.

Fører CB aggressiv inflationsstabilisering (dvs. stor h) giver dette en fladere AD-kurve og mindre ryk i denne under transition. Dette følger standardresultatet.

Vi har at gøre med en model, hvor der ikke nødvendigvis er givet en tilpas tilbage til steady state LV. (a) viser tilfældet *kortsigts* AD-kurven konvergerer mod AD^{SS} . Det er forsøgt i (b) at illustrere en eksplosiv vækst ved et udbudsstød. Figur 22 viser en kalibrering af modellen, hvor (a) illustrer en stabil transition (som i figur 21 (a)), mens (b) illustrerer en eksplosiv udvikling (som i figur 21 (b)).

Læseren bemærker tydeligt her, hvorfor en mere kompleks dynamisk model bliver udfordrende at illustrere grafisk.



Figur 21: Tilpasning ved et positivt udbudsstød.

Kalibrering

Før vi kan kalibrere modellen, er det nødvendigt at omskrive den, så output- og inflationsgabet i hver periode kun afhænger af efterspørgsels- og udbudsstød. Vi er således nødt til, at 'fjerne' $\hat{y}_t$ og $\hat{\pi}_t$ på HS i ovenstående ligninger.

Indsæt y_t i (13) og så denne i (14) og få

$$\hat{y}_t = \beta\alpha_1 k \hat{y}_{t-1} - \beta\alpha_2 h \hat{\pi}_{t-1} - \beta\alpha_2 h s_t + \beta v_t, \quad (19)$$

$$\hat{\pi}_t = \beta \hat{\pi}_{t-1} - \beta\gamma\alpha_1 k \hat{y}_{t-1} - \beta s_t + \beta\gamma v_t, \quad (20)$$

hvor $\beta \equiv (1 + \gamma\alpha_2 h)^{-1}$.

Samme øvelse gøres for (15) og (16), hvilket resulterer i

$$\hat{y}_t^{gl} = -\tilde{\beta} \hat{y}_{t-1} - \tilde{\beta} \alpha s_t + \frac{\tilde{\beta}}{1 + \alpha_1 k} v_t, \quad (21)$$

$$\hat{\pi}_t^{gl} = \tilde{\beta} \hat{\pi}_{t-1} + \tilde{\beta} s_t - \frac{\tilde{\beta} \gamma}{1 + \alpha_1 k} v_t, \quad (22)$$

hvor $\tilde{\beta} \equiv (1 + \alpha\gamma)^{-1}$ og $\alpha \equiv \alpha_2 h(1 + \alpha_1 k)^{-1}$.

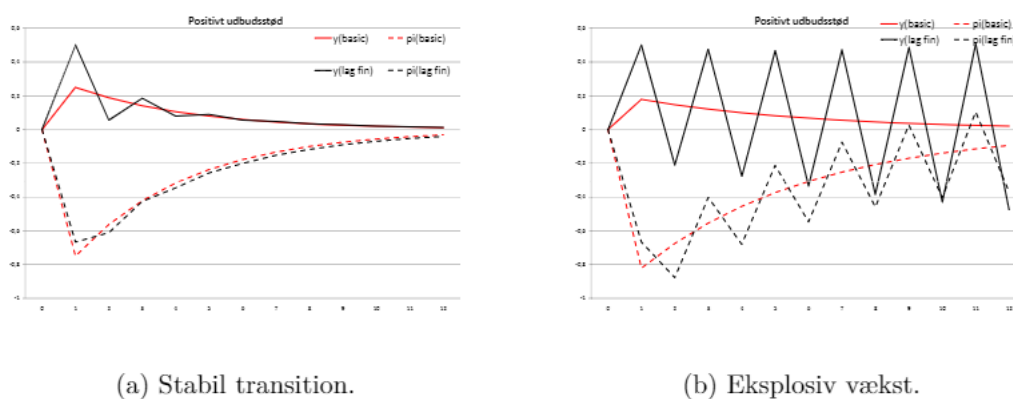
I et excel-ark er ovenstående modeller simuleret for et en-periodes negativt efterspørgsels- og udbudsstød. Resultatet fremgår af figur 23 hvor (a) viser udbudsstøddet mens (b) viser efterspørgselsstøddet. Modellerne er kalibreret ved brug af (de adhoc specificerede) parameterværdier fra tabel 3.

Tabel 3: Parameterværdier

α_1	α_2	k	h	γ
0.5	0.5	1	1	1

Note: Parameterværdierne er specificerede fuldstændigt *ad hoc*.

Anvendelse sker derfor på eget ansvar og alle resultater bør fortolkes med forbehold.



Figur 22: Positivt udbudsstød.

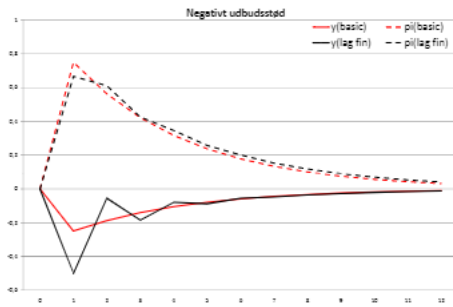
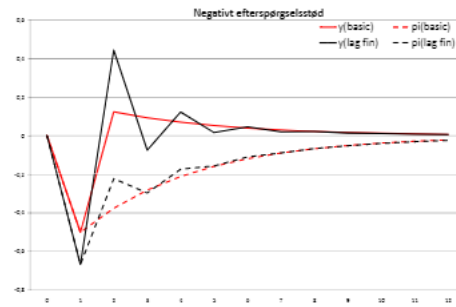
Note: De sorte grafer referer til modellen med lag i finanspolitikken (lag fin), mens de røde refererer til modellen uden lag i finanspolitikken (basic). Parameterværdierne kommer fra 3.

Konkluderende bemærkning

Som nævnt ovenfor er det ikke trivielt at konkludere på ovenstående model, da vi svært kan fortolke på de anvendte parameterværdier.

En vigtig betragtning er dog forskellen mellem tilpasningen i økonomien i forhold til udgaven med eksplosiv vækst. Læseren vil bemærke, at når finanspolitikken reagerer på en tidligere periodes outputgab, opstår en reel risiko for, at forsøget på en stabilisering i realiteten slår fejl og selv er årsag til fluktuation i output og inflation.

Selv med denne (relativt) simple model har vi hermed kunne illustrere konsekvensen på en økonomi, når finanspolitikken udføres med en tidsforskydning.

(a) Negativt udbudsstød, $s_t = 1$.(b) Negativt efterspørgselsstød, $v_t = -1$.

Figur 23: Kalibrering af modellerne (13), (14), (15) og (16).

Note: De sorte grafer referer til modellen med lag i finanspolitikken (lag fin), mens de røde refererer til modellen uden lag i finanspolitikken (basic). Parameterværdierne kommer fra tabel 3.

List of Corrections

Note: Typo i PBS løsninger; han har et β for meget	75
Note: Typo i PBS løsninger; jvf. tidl. nævnte fejl	75
Note: PBS springer lidt for let hen over det på side 572	77