

Makro 2 - Aflevering 2

Carl, Christian Birk og Peter

March 2021

Spørgsmål 1

Vi har, at $S = Y_1 - C_1$. Det vil sige, at opsparingen svarer til alt det indkomst, som ikke bliver forbrugt i periode 1. Eftersom opsparingen er negativ, så må vi have, at $S < 0 \Leftrightarrow Y_1 - C_1 < 0 \Leftrightarrow Y_1 < C_1$. Det betyder, at forbrugeren enten låner i periode 1 eller bruger af deres opsparing.

Vi bruger, at $C_2 = (1 + r)S + Y_2$, og vi finder følgende udtryk:

$$C_2 \geq 0 \Leftrightarrow (1 + r)S + Y_2 \geq 0 \Leftrightarrow S \geq \frac{-Y_2}{(1 + r)}$$

Denne ligning siger, at det der er blevet lånt i periode 1 skal kunne betales tilbage af indkomsten i periode 2 diskonteret med renten. Man kan altså ikke låne mere i periode 1 end man har af indkomst i periode 2. Det skyldes, at vi kun har 2 periode, og at alt skal derfor betales tilbage i periode 2.

Spørgsmål 2

Vi isolere S i vores budgetbetingelser og finder frem til:

$$\begin{aligned} S &= Y_1 - C_1 \\ S &= \frac{C_2 - Y_2}{1 + r} \\ Y_1 - C_1 &= \frac{C_2 - Y_2}{1 + r} \Leftrightarrow Y_1 - C_1 = \frac{C_2}{1 + r} - \frac{Y_2}{1 + r} \Leftrightarrow Y_1 + \frac{Y_2}{1 + r} = C_1 + \frac{C_2}{1 + r} \end{aligned}$$

Vi bruger følgende definition $H \equiv Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$, og vi finder frem til udtrykket $C_1 + \frac{C_2}{1+r} = H$. Denne ligning fortæller os, at forbruget i periode 1 og forbruget i periode 2 tilbagediskonteret med renten skal være lige den samlede disponible indkomst i begge perioder, hvor indkomsten i periode 2 er

tilbagediskonteret med renten.

Spørgsmål 3

Forbrugeren vil præferencemæssigt helst forbruge i periode 1, hvilket ses ved $\phi > 0$, da foretrækker at forbruge nu, men fordi en tilstrækkelig høj rente kan øge præferencen ved at bruge i periode 2. Det kan ses på udtrykket:

$$u'(C_1) = \frac{1+r}{1+\phi} u'(C_2)$$

Den ekstra nytte ved at bruge i periode 1 skal svare til den ekstra nytte i periode 2 tilbagediskonteret med tidspræferencen $1 + \phi$, dog medregnes en indkomstkompensation i form af renten $1 + r$. Vi ved også, at C_1 og C_2 skal være positive, da en ekstra enhed forbrug, når der forbruges nul, vil give uendeligt meget ekstra marginalnytte.

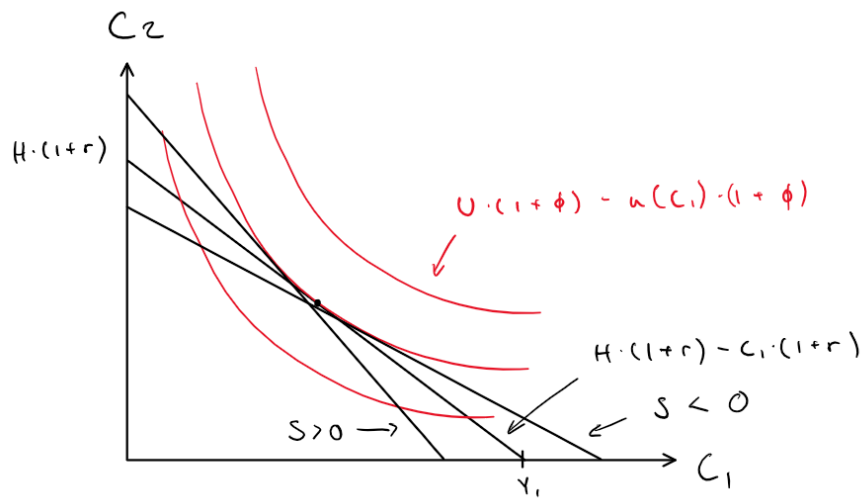
Spørgsmål 4

For at kunne tegne den konsoliderede budgetrestriktion, så skal vi finde en funktion af formen $C_2(C_1)$:

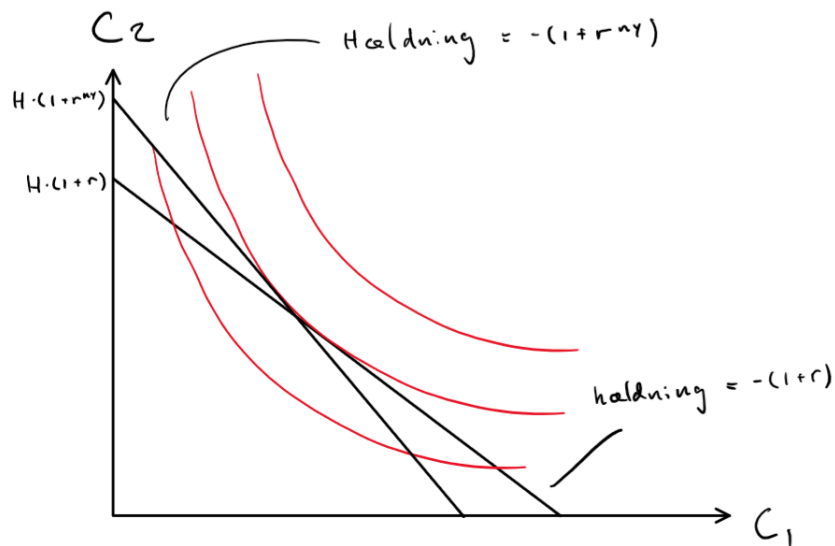
$$\frac{C_2}{1+r} = H - C_1 \Leftrightarrow C_2(C_1) = H \cdot (1+r) - C_1 \cdot (1+r)$$

$$U = u(C_1) + \frac{u(C_2)}{1+\phi} \Leftrightarrow u(C_2) = U \cdot (1+\phi) - u(C_1) \cdot (1+\phi)$$

Nu kan vi indtegne nyttefunktionerne for forskellige U og budgetbetingelsen:



I grafen nedenunder ser vi, at hældningen på den konsoliderede budgetbetingelse er blevet stejlere. Forbrugeren har i dette tilfælde lyst til at bruge mere i periode 2, da deres indkomst er blevet mere værd i den periode. Derfor ser vi også et fald i forbruget i periode 1.



Spørgsmål 5

Vi finder følgende:

$$U = \ln(C_1) + \frac{\ln(H \cdot (1+r) - C_1 \cdot (1+r))}{1+\phi}$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = \frac{1}{C_1} - (1+r) \frac{1}{(H \cdot (1+r) - C_1 \cdot (1+r))(1+\phi)} = 0$$

$$\frac{1}{C_1} = (1+r) \frac{1}{(H \cdot (1+r) - C_1 \cdot (1+r))(1+\phi)}$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{H \cdot (1+\phi) - C_1 \cdot (1+\phi)}$$

$$\frac{H \cdot (1+\phi) - C_1 \cdot (1+\phi)}{C_1} = 1$$

$$\frac{H \cdot (1+\phi)}{C_1} = 1 + 1 + \phi$$

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi} H$$

$$U = \ln\left(H - \frac{C_2}{1+r}\right) + \frac{\ln(C_2)}{1+\phi}$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = -\frac{1}{1+r} \frac{1}{\left(H - \frac{C_2}{1+r}\right)} + \frac{1}{C_2(1+\phi)} = 0$$

$$-\frac{1}{(1+r)H - C_2} + \frac{1}{C_2(1+\phi)} = 0$$

$$\frac{1}{(1+r)H - C_2} = \frac{1}{C_2(1+\phi)}$$

$$1 = \frac{(1+r)H - C_2}{C_2(1+\phi)}$$

$$1 + \frac{1}{(1+\phi)} = \frac{(1+r)H}{C_2(1+\phi)}$$

$$\frac{2+\phi}{1+\phi} = \frac{(1+r)H}{C_2(1+\phi)}$$

$$C_2 = \frac{(1+r)H}{(1+\phi)} \frac{1+\phi}{2+\phi}$$

$$C_2^* = \frac{1+r}{2+\phi} H$$

Vi får, at det optimale forbrugsniveau i periode 1 afhænger kraftigere af tidspræferencen end det optimale forbrug i periode 2, som afhænger mere af renten. Forbrugeren vil derfor udjævne sit forbrug og sin opsparing efter tidspræferencen samt renten. C_1^* afhænger af renten form af H , hvor vi netop ved fra tidligere, at $H = C_1 + \frac{C_2}{1+r}$. Derfor afhænger det optimale forbrug i hver periode af det samlede forbrug i begge. Såfremt vi ikke fik H men kun Y_1 og Y_2 , så ville det optimale forbrug afhænge af den samlede disponible indkomst i begge perioder. Dette er i praksis det samme som det samlede

forbrug, da det hele sjovt nok skal være lige hinanden.

Spørgsmål 6

Vi finder et udtryk for S^* :

$$S = Y_1 - C_1$$

$$S = Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} H$$

$$S = Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \right)$$

$$S = Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r}$$

$$S = \frac{2+\phi}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r}$$

$$S^* = \frac{1}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r}$$

Eftersom at alle komponenter er positive må følgende gælde:

$$\frac{1}{2+\phi} Y_1 + \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r} \geq -\frac{Y_2}{1+r}$$

Hvilket er lig $S \geq -\frac{Y_2}{1+r}$. Herfra finder vi, at $S^* \geq 0$ hvis følgende er opfyldt:

$$S = \frac{1}{2+\phi} Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{Y_2}{1+r} \geq 0$$

$$\frac{1}{2+\phi} \frac{Y_1}{Y_2} - \frac{1+\phi}{2+\phi} \frac{1}{1+r} \geq 0$$

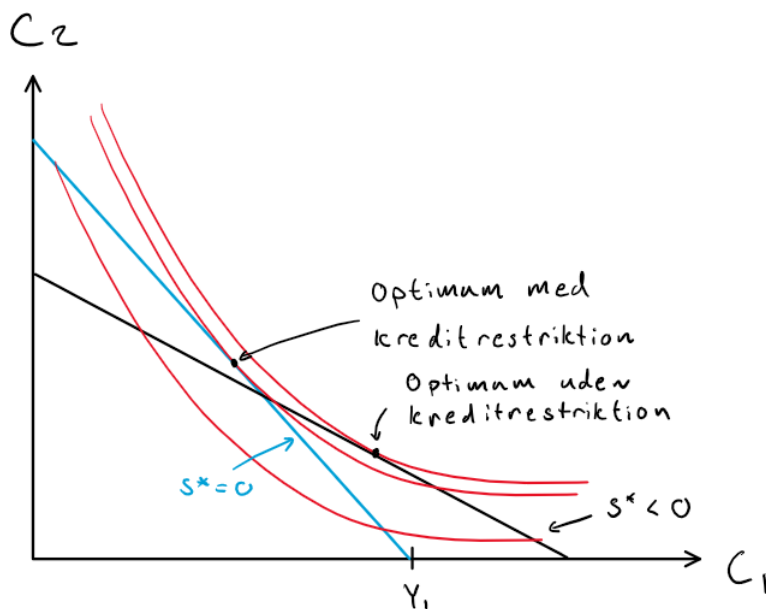
$$\frac{Y_1}{Y_2} - \frac{1+\phi}{1+r} \geq 0$$

$$\frac{Y_1}{Y_2} \geq \frac{1+\phi}{1+r}$$

Vi får netop, at hvis tidspræferencen ϕ er større end renten, så kan den optimale opsparing i periode 1 være negativ. Det gælder præcis, at indkomsten opsparingen er positiv, hvis det relative forhold mellem tidspræference og renten er lavere end forholdet mellem indkomsten i periode 1 og periode 2.

Spørgsmål 7

Følgende graf viser et optimum, hvor den optimale opsparing er streng negativ $S^* < 0$, og den viser et optimum, hvor der er en kreditrestriktion. Kreditrestriktionen er vist som $S^* = 0$, men er i virkeligheden $S^* > 0$.



Forbrugeren vil gerne låne i periode 1, da tidspræferencen er større end gevinsten ved en rentestigning. Forbrugeren kan dog ikke låne, og det nye optimum vil blive rykket indad på en lavere indifferenskurve. Det nye optimum vil præcis ligge hvor $C_1^c = Y_1$ og $C_2^c = Y_2$. Hvis forbrugeren rykker et sted hen, hvor de opsparer, så vil de rykker endnu længere ind på en ny og lavere indifferenskurve, hvilket ikke er optimalt.

Spørgsmål 8

Deres forbrugstilbøjelighed givet deres nuværende indkomst vil så være:

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi} * (Y_1 + \frac{Y_2}{1+r})$$

$$\frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \frac{1+\phi}{2+\phi}$$

Ved at sætte phi lig 0.03 får vi:

$$\frac{1+0.03}{2+0.03} = 0.507$$

Dvs. de forbruger halvdelen af deres indkomst på forbrug i periode 1. Dette virker ikke specielt realistisk, eftersom vi forventer at forbrugeren forbruger meget mere i periode 1. I følge figur 16.7, vil forbrugeren, empirisk set, forbruge 80 pct. af sin indkomst.

Såfremt forbrugeren er kreditbegrænset som i spørgsmål 7 og gerne vil låne, så vil forbrugeren nu har en forbrugstilbøjelighed: $\frac{\partial C_1}{\partial Y_1} = 1$, da optimum netop lå i $C_1 = Y_1$

Spørgsmål 9

For at udtrykke den gennemsnitlige forbrug i periode 1 for forbrugerne λ gør vi følgende:

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi} * (Y_1 + \frac{Y_2}{1+r})$$

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi} * Y_1 + \frac{1+\phi}{2+\phi} * \frac{Y_2}{1+r}$$

Dette er hvad den ene andel af forbrugere udtrykt ved λ forbruger.

Den anden del af forbrugerne udtrykt ved $1 - \lambda$:

$$C_1^c = Y_1$$

Samlet må forbrugerne bruge:

$$\bar{C}_1 = \lambda * C_1^* + (1 - \lambda) * C_1^c$$

$$\bar{C}_1 = \lambda * \left(\frac{1+\phi}{2+\phi} * Y_1 + \frac{1+\phi}{2+\phi} * \frac{Y_2}{1+r} \right) + (1 - \lambda) * Y_1$$

Vi finder nu den gennemsnitlige marginale forbrugskvote:

$$\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1} = \lambda * \frac{1 + \phi}{2 + \phi} + (1 - \lambda)$$

Hvis en halv af forbrugerne er kreditbegrænsede, så får vi:

$$\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1} = 1/2 * \frac{1 + \phi}{2 + \phi} + (1 - \frac{1}{2}) \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial \bar{C}_1}{\partial Y_1} = \frac{1 + \phi}{2 * (2 + \phi)} + 1/2$$

Hvis vi igen har, at $\phi = 0.03$, så får vi en opsparingskvote på:

$$\frac{1 + 0.03}{2 * (2 + 0.03)} + 1/2 = 0.62$$

Det passer bedre med empirien, som siger, at opsparingskvoten skal være omkring 0.8. Desuden giver det intuitivt mening, at forbrugstilbøjeligheden må stige, når antallet af kreditbegrænsede forbrugere stiger.