

Hjemmeopgave 4

Christian Birk, Carl Buan, Peter Ravn - Hold 2

Erhvervsøkonomi

Hjemmeopgave 4

Opgave 1

1.1

Det forventende afkast er:

$$E[R_p] = w_a E[R_a] + w_b E[R_b] \Leftrightarrow E[R_p] = w_a E[R_a] + (1 - w_a)E[R_b]$$

Variansen er givet ved følgende udtryk:

$$\sigma^2 = w_a^2 \sigma_a^2 + w_b^2 \sigma_b^2 + 2w_a w_b \sigma_{ab} \Leftrightarrow \sigma^2 = w_a^2 \sigma_a^2 + (1 - w_a)^2 \sigma_b^2 + 2w_a(1 - w_a)\sigma_{ab}$$

$$\Leftrightarrow \sigma^2 = w_a^2 \sigma_a^2 + \sigma_b^2 - w_a^2 \sigma_b^2 + 2w_a \sigma_{ab} - 2w_a^2 \sigma_{ab}$$

$$\sigma^2 \Leftrightarrow w_a^2 (\sigma_a^2 - \sigma_b^2 - 2\sigma_{ab}) + 2w_a \sigma_{ab} + \sigma_b^2$$

Da standardafvigelsen er lig σ :

$$\sigma = \sqrt{w_a^2 (\sigma_a^2 - \sigma_b^2 - 2\sigma_{ab}) + 2w_a \sigma_{ab} + \sigma_b^2}$$

1.2

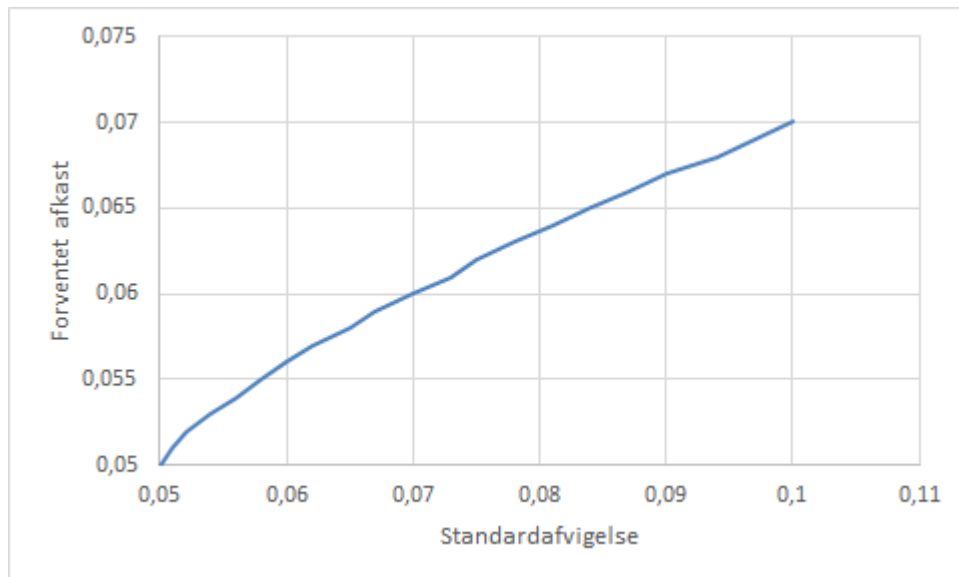
Vi skal først finde kovariansen mellem værdipapir A og B, hvilket regnes som:

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X * \sigma_Y} \Rightarrow \sigma_{XY} = \rho_{XY} * \sigma_X * \sigma_Y$$

Herfra finder vi både standardafvigelse og forventet afkast for en portefølje bestående af værdipapir A og B med forskellige vægte:

Vægte	Standardafvigelse for A og B	Forventet afkast
0	0,050	0,050
0,05	0,051	0,051
0,10	0,052	0,052
0,15	0,054	0,053
0,20	0,056	0,054
0,25	0,058	0,055
0,30	0,060	0,056
0,35	0,062	0,057
0,40	0,065	0,058
0,45	0,067	0,059
0,50	0,070	0,060
0,55	0,073	0,061
0,60	0,075	0,062
0,65	0,078	0,063
0,70	0,081	0,064
0,75	0,084	0,065
0,80	0,087	0,066
0,85	0,090	0,067
0,90	0,094	0,068
0,95	0,097	0,069
1,00	0,100	0,070

Vi tegner en graf med standardafvigelse ud af x-aksen og forventet afkast ud af y-aksen:



1.3

Jo mere risikoavers en investor er, des mere vil investoren investere i værdipapir B. Dermed får investoren lav risiko men tilsvarende også lav forventet afkast. Har investoren derimod en lav grad af risikoaversion, så vil investorerne investere mere i værdipapir A, hvilket vil give højere afkast men samtidig også højere risiko. Eftersom afkast stiger hver gang risikoen stiger, er der ikke nogen vægte af værdipapir A, som vi kan udelukke, for alle investorer.

1.4

Vores portefølje T består af værdipapir A og B. Porteføljen CT er sammensat af værdipapir C. Ved brug af udtrykkene, som vi fandt i opgave 1.1, beregner vi nu standardafvigelsen og det forventede afkast, når vægten af værdipapir A+B er 0,48:

Standardafvigelse ved $W_A=0,48$

0,0688

Forventet afkast ved $W_A=0,48$

0,0596

Når man har et risikofrit aktiv, så finder man standardafvigelsen for den samlede portefølje

CT med udtrykket: $\sigma_{CT} = w_T \sigma_T \Rightarrow \sigma_{CT} = (1 - w_C) \sigma_T$

Udtrykket for forventet afkast:

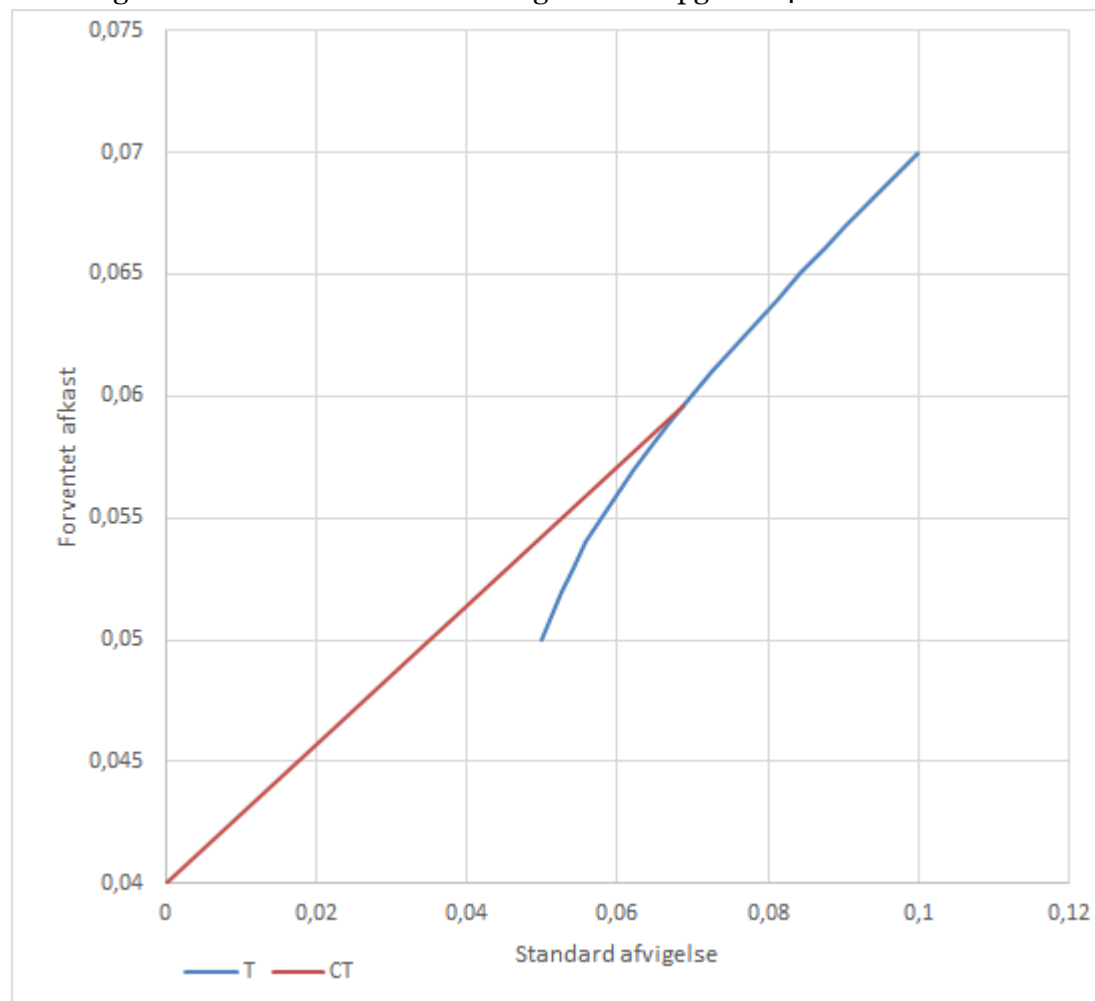
$$E[R_{CT}] = w_C E[R_C] + (1 - w_C) E[R_{ab}]$$

1.5

Ud fra de formler, som vi kom frem til i opgave 1.4, regner vi nu standardafvigelse og forventet afkast for den samlede portefølje CT:

Standardafvigelse for CT	Forventet afkast
0,069	0,060
0,065	0,059
0,062	0,058
0,058	0,057
0,055	0,056
0,052	0,055
0,048	0,054
0,045	0,053
0,041	0,052
0,038	0,051
0,036	0,050
0,034	0,050
0,028	0,048
0,024	0,047
0,021	0,046
0,017	0,045
0,014	0,044
0,010	0,043
0,007	0,042
0,003	0,041
0,000	0,040

Vi indtegner nu disse værdier i samme figur som i opgave 1.4:



Linjen CT, som er porteføljen bestående af de to værdipapirer A og B og det risikofrie værdipapir, rammer x-aksen i punktet 0 og y-aksen i punktet 0,04. Hvis der investeres fuldt ud i det risikofrie værdipapir, så vil der ikke være nogen risiko, men afkastet vil være 0,04. Herfra bevæger den sig lineært op til punktet 0,0688 på x-aksen og 0,0596 på y-aksen, hvor den altså skærer grafen fra opgave 1.2. Det er standardafvigelse og forventet afkast porteføljen T med $W_A=0,48$ gave. Alle punkter under linjen CT er inefficente, da man kan rykke ud til CT, og få et større afkast eller mindre risiko.

Hvis W_C er mindre end 0, så vil linjen CT blive forlænget mod nord-øst. Dette kan man opnå, hvis man i stedet tager lån i det risikofrie aktiv og investerer det i porteføljen bestående af værdipapir A og B. Disse punkter vil dog være inefficente, da de ligger under T-kurven. Her kan man rykke op eller hen til T-kurven, hvilket vil give større afkast eller mindre risiko.

1.6

Der er nu kommet flere mulige kombinationer at sammensætte sin portefølje af. De investorer, som nu er meget risikoaverse kan få lavere risiko. Derudover er der kombinationer af værdipapir A og B, som ikke længere er efficiente. Som skrevet før, er det de punkter under linjen CT.

1.7

Investorer som er meget risikoaverse har nu mulighed for, at vælge porteføljen CT og dermed behøver de ikke at påtage sig nogen risiko, men stadig få et forventet afkast på 0,04. Omvendt kan investorer, der gerne vil påtage sig meget risiko vælge portefølje T.

Ved at bruge andre vægte af værdipapir A og B, kan man få CT-linjen til at tangere med linjen T. Det vil være den optimale sammensætning af en portefølje. Der vil alle punkter på T-linjen enten ligge under eller på CT-linjen, og afkastet kan derfor optimeres i forhold til standardafvigelserne.

Opgave 2:

2.1

Forholdet mellem forventet afkast og risiko for individuelle værdipapirer beskrives af ligningen for værdipapirmarkeds-linjen.

$$\text{Krævet afkast} = RF + \beta_i \{E[R_m] - RF\}$$

RF udtrykker afkastet for det risikofrie aktiv

Beta udtrykker en kombination af to ting:

- hvor meget afkastet på værdipapiret varierer i forhold til afkastet på markedsporteføljen. Det skrives som $(\frac{\sigma_i}{\sigma_M^2})$
- hvor korreleret dets afkast er med markedsporteføljens, som skrives $(P_{i,M})$

Vi kan derfor skrive beta-værdien som: $\beta_i = (P_{i,M}) * \frac{\sigma_i}{\sigma_M^2}$

$E[R_m]$ udtrykker markedsporteføljens forventede afkast.

- $\{E[R_m] - RF\}$ udtrykker markedsrisikopræmien ved at have det risikofyldte aktiv i sin portefølje, da hvis der ikke opnås et større afkast ved at holde et risikofyldt aktiv, så er der ikke grund til at have det.

2.2

Værdipapir i 's bidrag til risikoen af markedsporteføljen udtrykkes ved følgende formel:

$$\beta_i = (P_{i,M}) * \frac{\sigma_i}{\sigma_M^2}$$

Beta udtrykker den relevante risiko ved værdipapir i for en investor, som i forvejen har investeret i markedsporteføljen. Afhænger af samvariationen med markedsporteføljen. Målet er skaleret med σ_M^2 som er markedsporteføljens samlede risiko.

Jo højere beta, desto større er værdipapirets bidrag til markedsporteføljens risiko, og jo højere forventet afkast vil investorerne kræve for at købe værdipapiret.

2.3

Det er værdipapirets samvariation med markedet og graden af risiko, der er afgørende for det krævede afkast. Det er den systematiske samvariation med de andre værdipapirer på markedet, der er afgørende for, hvor meget værdipapiret bidrager til den samlede risiko i en diversificeret portefølje. Dvs. jo højere bidrag desto højere forventet afkast vil risikoaverse investorer kræve for at indlemme papiret i deres porteføljen.

Hvis der ingen samvariation er med afkastet på de andre værdipapirer på markedet bidrager det pågældende papir ikke til den samlede porteføljerisiko.

Opgave 3:

3.1

Vi udleder det gennemsnitlige omkostninger ved at dividerer det totale omkostninger med Q , og vi finder de marginale omkostninger ved at differentierer det totale omkostninger til Q :

$$AC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q} \Leftrightarrow AC(Q) = \frac{A}{Q} + \frac{1}{2}Q$$

$$MC = \frac{dTC(Q)}{dQ} = Q$$

3.2

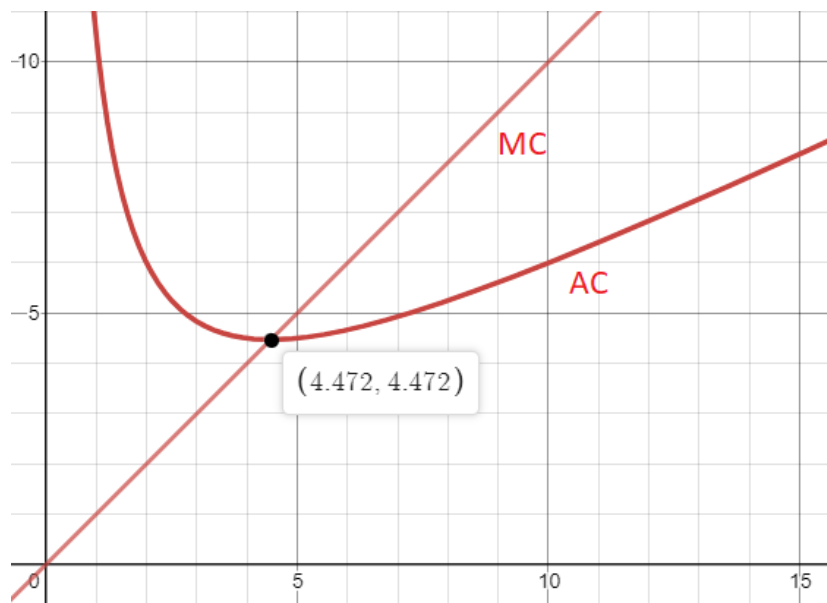
De marginale gennemsnitlige omkostninger regnes som $\frac{dAC(Q)}{dQ} = -\frac{A}{Q^2} + \frac{1}{2}$.

Loven om faldende grænseprodukt er gældende for et vist niveau. Det vil sige, at der er skalafordele, når der ikke bliver produceret særligt meget, men skalaulemper når der bliver produceret over et vist niveau. AC-kurven er derfor først aftagende og dernæst voksende. Det gælder, at den marginale efficiente skala er der, hvor den marginale grænseomkostning skærer den gennemsnitlige omkostning. Vi finder den som:

$$MC = AC \Rightarrow \frac{A}{Q} + \frac{1}{2}Q = Q \Rightarrow \frac{A}{Q^2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}Q^2 \Rightarrow 2A = Q^2 \Rightarrow \sqrt{2A} = Q$$

Så længe $-\frac{A}{Q^2} + \frac{1}{2} < 0$ så er der stordriftsfordele, og så længe $-\frac{A}{Q^2} + \frac{1}{2} > 0$ er der stordriftsulemper. Ved $-\frac{A}{\sqrt{2A}^2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ har vi den marginale efficiente skala.

Det kan illustreres, hvis vi for eksempel indsætter 10 på A's plads. Der får vi kurverne:



3.3

AC-kurven afhænger både af FC og VC. Faste omkostninger afhænger ikke af produktionsmængde. Dvs. produktionen deler den faste omkostning ud på flere enheder, hvilket medfører fald i gennemsnitsomkostningen.

De variable omkostninger afhænger af produktionsmængden. Dvs. når produktionen vokser, stiger de variable omkostninger pr. enhed ofte, hvilket medfører at gennemsnitsomkostningen vokser.

Typisk dominerer FC når produktionen er lille og VC når produktionen er stor, hvilket er forklaringen på AC-kurvens U form. Desuden eksisterer faste omkostninger kun på kort sigt, da på lang sigt er alt variabelt. Når de marginale omkostninger er lavere end gennemsnitsomkostningerne, så vil det altså få AC-kurven til at falde. Derimod vil AC-kurven være voksende, når de marginale omkostninger er større end gennemsnitsomkostningerne. Den laveste gennemsnitsomkostning, hvilket kaldes den marginale efficiente skala, er altså der hvor AC- og MC-kurven skærer hinanden.

3.4

Vi regner efterspørgslen ud som funktion af den producerede mængde:

$$D(P_o) = 1000 - P_o \Leftrightarrow P_o(Q) = 1000 - Q$$

Det ses her, at prisen afhænger lineært af mængden efterspurgt på markedet. Hvis der ikke efterspørges noget, vil prisen pr. enhed være 1000. Bliver der derimod efterspurgt 1000 enheder, vil prisen være 0.

3.5

$$MC = P_o \Rightarrow Q = P_o$$

Det vil sige, at vores udbudsfunktion bliver: $Q(P_o) = Q \Leftrightarrow Q(P_o) = P_o$

Ligevægten er der hvor efterspørgslen er lig udbuddet:

$$Q = 1000 - Q \Rightarrow 2Q = 1000 \Rightarrow Q = 500$$

$$TR = P(Q) * Q = P * Q = P^2$$

Den økonomiske profit som funktion af prisen bliver derfor:

$$\pi(P_o) = TR(P_o) - TC(P_o) \Rightarrow P_o^2 - (A + \frac{1}{2}P_o^2) = \frac{1}{2}P_o^2 - A$$

3.6

Den økonomiske profit for en virksomhed i fuldkommen konkurrence er lig 0, da alle udbydere er pristagere.

$$\pi(P_o) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}P_o^2 - A = 0 \Leftrightarrow 1/2P^2 = A \Leftrightarrow P = \sqrt{2A}$$

Det ses her, at den optimale pris er den samme som den marginale efficiente skala for udbyderen. Jo større faste omkostninger en virksomhed har, jo højere skal salgsprisen også være, hvis de skal være med på markedet. Større faste omkostninger vil øge de gennemsnitlige omkostninger, hvilket vil kræve en højere pris.

3.7

Vi finder mængden af virksomheder på markedet:

$$N * Q_o = D(P_o) \Rightarrow N * Q_o = 1000 - Q_o \Rightarrow N = \frac{1000}{Q_o} - 1 \Rightarrow N = \frac{1000}{500} - 1 = 2 - 1 = 1$$

Det ses her, at der kun er 1 virksomhed på markedet. Jo større de faste omkostninger er, des højere skulle prisen være. Jo højere prisen er, des mindre vil der blive udspurgt, og der er altså færre på markedet. I vores tilfælde er de faste omkostninger så store, at prisen bliver så høj, at der kun kan være én virksomhed på markedet.

3.8

Produktion af fly kræver rigtig høje faste omkostninger, mens tøjdesign ofte ikke har store faste omkostninger. Det kræver meget startkapital at producere fly, hvilket vil få priserne på fly til at stige. Det får efterspørgslen til at falde, og mængden af konkurrenter på flymarkedet er derfor ofte ret små. Der er ofte meget lidt startkapital krævet ved tøjdesign, og der kan derfor være massere af virksomheder på markedet.